

多屬性決策方法評估基礎之設計

賴世剛* 許仁成**

Design of Evaluation Benchmarks for Multiattribute Decision Making Techniques

by

Shih-Kung Lai* Jen-Cheng Hsu**

摘要

基於多屬性決策方法不易有效表達受測者偏好的課題(Lai 及 Hopkins,1995)，本論文研擬一套評估多屬性決策方法的基礎、或實驗設計，以決定何種方法較能表達受測者偏好。該評估基礎的實驗設計是結合Hopkins(1984)內部評審(internal judges)及外部評審(external judges)兩種評估方法的優點，以比較不同的多屬性決策方法。內部評審主要由受測者本身判斷決策方法的有效性，可表達受測者的偏好。但受測者須使用兩種以上的決策方法，且評估方法使用順序不同所造成的學習效果不易控制。外部評審由外部專家產生彼此一致的標準，受測者只須使用一種決策方法，方法較簡單。但外部專家所產生的標準，無法代表受測者的偏好。因此，本文假設以受測者因群體彼此學習影響，而產生群體穩定價值以作為外部評審。此群體穩定價值亦可解釋為一種共識的達成。

本文根據MAVT(Measurable Additive Value Function Theory)，或可衡量加法價值函數，提出一種基礎方法(benchmark)，作為評估基礎產生的依據。首先，由偏好強度的理論定義價值為偏好強度，使其明確且易操作。以可衡量加法價值函數理論決定受測者初始偏好結構，包括屬性權重及價值函數。以平均強度或加總強度，經由特徵向量法求取受測者的影響力權重，以計算群體偏好強度。本文證明此兩種衡量方式，不管在判斷一致或不一致的情況下，均可求得相同之穩定權重。最後，將受測者不同的影響力權重乘以受測者初始偏好結構，求得穩定的群體偏好強度，作為評估基礎或外部評審。

實驗結果的評估，是以數個受測群體使用標準方法所產生的數個評審的偏好結構，與該受測群體的受測者使用決策方法的偏好結構差距比較。兩者的變異係數愈小，代表方法愈有效或受測者及評審群體之共識的差異愈小。在本文所提出的實驗設計中，受測者只須使用標準方法與該組的決策方法，因此，不但較內部評審簡單，亦能解決外部評審無法表達受測者偏好的缺點。

關鍵詞：多屬性決策、集體決策、特徵向量、偏好結構、AHP、MAVT

收稿日期：民國84年9月。

通過日期：民國85年3月。

*中興大學地政系副教授

Associate Professor, Department of Land Economics and Administration, National Chung Hsing University, Taipei, Taiwan, Republic of China

**中興大學都市計劃研究所碩士

Master of Urbaning Planning, Graduate Institute of Urbaning Planning, National Chung Hsing University, Taipei, Taiwan, Republic of China

ABSTRACT

It is not clear whether multiattribute decision making techniques can express effectively decision makers' preferences. This paper presents an experimental design to evaluate these techniques in terms of ability to express decision makers' preferences. The design incorporates the internal and external judges designs as proposed by Hopkins(1984). Internal judges are the subjects who apply these techniques and thus evaluate the effectiveness of these techniques based on their own preferences. In this design, the subjects must apply more than two techniques in a sequence. Learning across techniques is thus difficult to control. External judges are the experts other than subjects who reach a collective consensus for evaluation based on the subjects' performance. In this design, each subject applies only one technique and it is simpler than the internal judges design. The consensus resulting from external judges does not, however, represent the subjects' own preferences for these techniques. We propose a procedure taking into account interactions among subjects resulting in converged, final group preferences as the benchmark for evaluating these techniques.

Based on the measurable additive value function theory (MAVT), we propose a benchmark method to derive the evaluation basis. We first define values in concrete and operational terms as preference intensities or strengths of preference suggested by Dyer and Sarin(1979). The subjects' initial preference structures are then represented by MAVT, including attribute weights and value functions. Based on Saaty's computations of average intensities or total intensities in a network and the eigenvector approach(1986), we can then derive among the subjects the influence weights to compute the group preference structure as an evaluation basis. We prove that the two computation methods, average and total intensities, result in consistent weights. The evaluation basis is computed by multiplying the subjects' initial preference structures with the associated influence weights respectively and summing up the weighted preference structures across the subjects.

The effectiveness of each technique is determined by the difference between the preference structures expressed by the subjects using that technique and the method as an evaluation basis or external judge. The smaller the difference between the subjects' and the judge's preference structures, the greater the effectiveness of the technique. In our design, subjects apply only the benchmark technique and the technique under consideration; thus it is simpler than the internal judges design while solving the problem of the external judges design for not being able to express subjects' own preferences among techniques.

Keyword: Multiattribute decision making, group decision making, eigenvector approach, preference structures, AHP, MAVT

一、前言

多屬性決策方法的應用與研究在規劃的領域中已逐漸被重視(Lee及Hopkins, 1995)。由於多屬性決策方法不易有效表達決策者的偏好，其評估結果的有效性亦值得探討，如何設定一基礎以比較這些不同的方法的評估結果？本文著重在理論上說明一較佳的決策方法評估方式。該理論係以群體決策方式求算客觀之評估基礎，並假設作為評估基礎的群體價值是在群體成員間有關價值結構互相影響演變而成。

現有評估標準的研究提出許多比較方法(包括Hobbs, 1980; Saaty, 1980; Schoemaker及Waid, 1982; Adelman等, 1984; Lai及Hopkins, 1989; Lai, 1990; Zhu及Anderson, 1991; 方溪泉, 1994; 辜永奇, 1994; 及Lai及Hopkins, 1995)。然而這些方法或假設固定的價值作為評估標準(除Lai及Hopkins, 1995外)，或以客觀事實為比較標準等(如Saaty,以正確的距離為標準，比較不同尺度的有效性(1980))，這

些標準從各種角度評估決策方法，而各有優點。例如接受度標準考慮決策方法為受測者接受的程度(如Schoemaker及Waid, 1982)，時間標準則考慮方法是否容易使用等(如辜永奇, 1994);不同的標準具有不同的說服力。然而本文偏重在測試這些多屬性決策方法表達決策者偏好的能力。

Lai及Hopkins 曾就能否表達決策者偏好的觀點針對 von Winterfeldt及Edwards (1986) 所提的三個比較標準提出評論:(一)公理標準(axiomatic standard): 測試決策方法是否具有邏輯上的正確性，而非方法能否被決策者適當的了解與運用。因此，該標準並不能決定決策者是否能真實表達偏好。(二)預測標準(predictive standard): 此標準是基於某種指標而得的預測績效標準與適當表達價值偏好的能力無關。(三)收斂標準(convergent standard): 指不同的決策方法在估計相同的價值時，須有某種相關。即一決策方法若與其他方法的中央趨勢相關，則此方法是有效的。此標準認為多屬性的判斷須與整體判斷(holistic judgment)結果一致。但多屬性判斷與整體判斷是不同的認知方式，尚且整體判

斷是否較多屬性判斷更能表達決策者的偏好結構至今尚無定論。此三種常用的標準均無法說明多屬性決策方法表達決策者偏好的能力 (Lai及Hopkins, 1995)。

因此, Lai及Hopkins以Tversky及Kahneman的調整與定錨(adjustment and anchoring)觀念提出交替方式(iterative approach)使決策者交替的使用不同的決策方法以產生收斂標準,再與各方法初始的判斷比較,以較接近標準之初始判斷的方法被認為較有效 (Tversky及Kahneman, 1982)。該法雖同時考慮固定及非固定價值的假設,但最後收斂的價值能否代表決策者的真實價值,也僅止於假設,無理論與實證的支持。此外,該法要求受測者不斷操作不同的決策方法,受測者是否因長期使用該決策方法而形成疲倦,影響最後收斂的準確性,仍值得進一步研究簡化的方式。

上述研究大多以內部評審(internal judges)的方式評估多屬性決策方法。即由受測者本身評估或由受測者判斷決策方法的有效性。其雖可表達決策者偏好,但決策者需使用至少兩種或兩種以上的決策方法,且需透過較複雜的設計,以控制學習效果。Hopkins雖提出內部評審及外部評審兩種評估方式以求取解決未充份定義(ill-defined)問題方法(例如本文所探討的多屬性決策問題之評估基礎設計),但尚未加以整合以結合兩者的優點 (1984)。因此,我們嘗試以群體價值求取過程的建立,配合Hopkins的實驗設計以建立外部評審,而研擬一套運用所求得之群體價值,作為評估多屬性決策方法的基礎,以期簡化評估程序。

本研究推算群體價值的過程與一般多屬性決策方法假設價值為固定 (fixed) 的方式不同,乃是從價值是不穩定的觀點出發(March, 1978及1994; Sinden及Worrell, 1979; 及Fischhoff等, 1980),以決策者經由彼此互動影響,而形成的群體價值作為評估基礎求取的架構。由於欲評估的是多屬性決策方法,因此,在整個推算群體價值的過程中,需要以多屬性偏好為基礎的價值定義。現有對於價值的定義眾多(如Lynch, 1990及Keeney, 1992等),雖在各領域中扮演重要的角色,但Dyer及Sarin的偏好強度理論對價值的定義,較適合本研究推算群體價值,因其除可量測完整的偏好結構外,並可有效地應用在偏好強度測定方式的研究中(Dyer及Sarin, 1979; 辜永奇, 1994; 及賴世剛, 1994)。因此,本文以偏好強度為基礎,發展出價值測定方式,而求取決策者的初始價值(即未經彼此影響前的價值)及群體穩定或共識 (consensus) 價值(經決策者彼此互動後而產生的收斂價值)。亦即,先根據MAVT發展出的偏好強度測定方式(辜永奇, 1994)建立初始的偏好結構,包括權重及價值函數,再經由特徵向量法(eigenvector approach)(Saaty, 1986)求取群體收斂偏好結構,作為評估多屬性決策方法之基礎。其中屬性權重以Keeney及Raiffa所提出對加法價值函數權重衡量方式求取;單維價值函數則是以他們所建議的中點分

割法(midvalue splitting technique)求取,再經由加法模式形態整合為多屬性偏好結構 (Keeney及Raiffa, 1976)。

群體價值的推導是由群體成員間互動影響而形成,因此,本文從決策者影響力不同的角度來整合多人偏好。而特徵向量法,不論在成對比較矩陣的判斷一致或不一致情況下,皆可求取穩定權重(Saaty及Vargas, 1984; Saaty, 1986; Harker及Vargas, 1987)。以此方式考慮加總與平均強度以獲取決策者之影響力權重,再以各決策者初始價值乘以影響力權重的和所獲得的群體價值作為評估基礎。同時比較在判斷一致及不一致的情況下相對應的影響力,加總與平均計算方式是否可獲得相同的權重值。若兩者所得的結果一致,則以平均強度此種較簡易的計算方式為例,計算影響力權重,求取群體偏好結構,作為比較不同決策方法的基礎。

針對上述動機及方法,本文對群體價值形成,以規範性(normative)的角度提出一種解釋,並以演繹(deductive)的方式說明如何推算群體價值。本文所提出之群體價值求算過程係以群體成員間的初始偏好結構為基礎,從理論上,根據成員間相互影響力的測定,計算其最終收斂的群體偏好價值結構,因此是以推理的方式,而非以實證(empirical)方式來求算群體價值。由於推算群體價值的過程中,假設群體成員間的互動經由無限長的時間進行彼此互動及學習以達收斂,從實證角度以驗證此法的效度,有其困難,但至少理論上,本文將說明此法邏輯的合理性。根據此群體價值形成機制提出一實驗設計,建議由數個群體產生數個收斂價值而形成不同的外部評審,作為評估基礎,以期能更客觀的比較多屬性決策方法的效用。第二節說明評估基礎設計的理論架構,包括根據特徵向量法說明正規化影響力權重及群體收斂價值結構的求算方式。第三節說明評估基礎的實驗設計。第四節嘗試解釋影響力權重的意義及求取方式。第五節為結論與建議。

二、評估基礎研擬方式

本文假設群體價值形成的過程是由於群體中的決策者之間相互影響演變而成,這種互動過程可以圖形理論(graph theory)說明之,亦即決策者間相互影響關係可以圖形理論中的路徑表示。因此,本節首先配合圖形理論及Saaty計算權重的方式說明網路圖形中各段路徑關係(代表決策者間的相互影響關係) (1986),以推導影響力權重(即決策者間相互影響的強度);最後由影響力權重推算群體價值,作為評估基礎。評估基礎研擬主要基於如下的基本假設:

(一)基本假設

我們假設群體價值形成過程為透過各種路徑影響關係

而達到穩定價值的變動過程。價值變動為以偏好強度為基礎之多屬性偏好的改變。價值變動的結果有時會達到群體成員偏好一致的情形，有時因某些成員其價值不受他人影響，而無法達到一致的情形，此種情形可以圖形路徑影響力強度為零的情況加以解釋，即將這些人在表示影響力關係的影響力矩陣中隔離於群體之外，而形成不同的多個群體價值。雖然不同群體表現不同立場的情況時常發生，本文暫不考慮此種情況。針對上述觀點，再提出以下假設：

- (一) 假設決策者之間資訊的流通沒有障礙，決策者有充份的時間溝通討論，經由決策者充分討論學習，考慮各種影響關係之後，或由受測者或由實驗者判斷影響力矩陣的輸入值(即影響力強度)。此影響力強度的意義為何將在第四節討論。
- (二) 效用在決策者間可比較。
- (三) 假設影響力權重可決定初始價值佔收斂價值的比例(即所有決策者影響力權重乘以初始偏好結構的和形成收斂偏好結構)。
- (四) 假設決策者間影響力強度為固定不變。

這些假設十分嚴格，其目的是為了簡化。本文除了以規範性的角度解釋群體價值的形成方式外，並以數學方式推演群體偏好強度。從而計算決策者間一階段、二階段、...、至k階段各種不同的影響路徑情況，以求取穩定的影響力權重及求算最後收斂的價值。每一階段指的是每兩個決策之間不經由第三者而形成的路徑。

(二) 影響力權重計算

根據圖形理論的路徑概念，以下更進一步將Saaty的平均強度計算運用在各種路徑關係中(1986)，以說明如何運用這些關係求算影響力權重及群體價值。此外，數學推演目的在於說明正規化(normalized)影響力權重的計算方式，並證明加總強度與平均強度兩種權重的計算方法是相同的。

各段路徑影響強度的判斷一致或不一致之關係是以Saaty的公理基礎為依據。各段路徑的關係是圖形理論中關係矩陣自乘的關係，即n段路徑的關係可由影響力矩陣自乘n次而獲得。例如i決策者不經由第三者影響j決策者，其一段路徑影響力矩陣如2-1所示，其中m表示決策者數目； $a_{ij}^{(1)}$ 為i決策者影響j決策者的一段路徑影響強度。

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \dots & a_{1m}^{(1)} \\ a_{21}^{(1)} & a_{22}^{(1)} & \dots & \dots & \dots \\ a_{31}^{(1)} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}^{(1)} & \dots & \dots & \dots & a_{mm}^{(1)} \end{bmatrix} = [a_{ij}^{(1)}] \quad (2-1)$$

由矩陣2-1可決定i決策者對j決策者影響關係是否具有的一致性，並可由 $A^{(1)}$ 矩陣自乘計算二段、三段、...、至k段的路徑影響力矩陣，分別以 $A^{(2)}, A^{(3)}, \dots, A^{(k)}$ 表示之。一致性矩陣指的是對所有i,j及 $k \leq m$ 而言， $a_{ij}^{(1)} a_{jk}^{(1)} = a_{ik}^{(1)}$ 。因此，一致性矩陣必為互倒數矩陣(reciprocal matrix)，即 $a_{ij}^{(1)} = 1/a_{ji}^{(1)}$ 。因此，兩段路徑影響強度矩陣之求算可由2-2式表示。

$$A^{(2)} = A^{(1)} \times A^{(1)} = A^2 \quad \text{因為，} \quad A^{(2)} = \left[\sum_{k=1}^m a_{ik}^{(1)} a_{kj}^{(1)} \right] \quad (2-2)$$

至於k段路徑影響強度矩陣之求算可由2-3式表示，即

$$A^{(k)} = A^{(1)} \times A^{(1)} \times \dots \times A^{(1)} = A^k \quad (2-3)$$

根據假設，集體價值形成是決策者經由無數種路徑受其他決策者的影響，而達穩定的過程。Saaty證明經由 $A^{(1)}$ 矩陣自乘至無限多次，即可求得穩定的正規化影響力權重(1986)。根據該法，本文假設在固定的群體價值形成機制下(即初始影響力矩陣不變的情況下)，說明如何根據加總與平均兩種權重計算方式計算最終收斂的影響力權重矩陣。

加總強度矩陣之計算如2-4式，其中令 $k \rightarrow \infty$ 。

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= A^{(1)} + A^{(2)} + A^{(3)} + \dots + A^{(k)} \\ &= \begin{bmatrix} (a_{11}^{(1)} + a_{11}^{(2)} + \dots + a_{11}^{(k)}) & (a_{12}^{(1)} + a_{12}^{(2)} + \dots + a_{12}^{(k)}) & \dots & (a_{1m}^{(1)} + a_{1m}^{(2)} + \dots + a_{1m}^{(k)}) \\ (a_{21}^{(1)} + a_{21}^{(2)} + \dots + a_{21}^{(k)}) & (a_{22}^{(1)} + a_{22}^{(2)} + \dots + a_{22}^{(k)}) & \dots & (a_{2m}^{(1)} + a_{2m}^{(2)} + \dots + a_{2m}^{(k)}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (a_{m1}^{(1)} + a_{m1}^{(2)} + \dots + a_{m1}^{(k)}) & (a_{m2}^{(1)} + a_{m2}^{(2)} + \dots + a_{m2}^{(k)}) & \dots & (a_{mm}^{(1)} + a_{mm}^{(2)} + \dots + a_{mm}^{(k)}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-4)$$

雖然上式可以以較簡捷的方式，如 $A^{(1)}(I - A^{(1)})^{-1}$ 來表示該矩陣序列(Horn及Johnson, 1993)，但該表示法需要 $(I - A^{(1)})^{-1}$ 存在的先決條件，而為表示加總強度矩陣計算的詳細過程，該序列仍以2-4式方式表示。

平均強度的方法主要基於AHP(Analytic Hierarchy Process, Saaty, 1986)公理基礎及圖形理論觀念加以發展。當判斷一致時，計算特徵向量的矩陣輸入數為任一段影響路徑的平均強度(如2-5式)。當判斷不一致時，矩陣輸入數為 $k(k \rightarrow \infty)$ 段路徑的平均強度，均以矩陣 \bar{A} 表示(如2-6式)。

$$\bar{A} = [\bar{a}_{ij}] = \left[\frac{1}{m^{(k-1)}} a_{ij}^{(k)} \right], \quad \forall k \geq 1, \text{ 且 } k \text{ 為整數 (一致時)}, \quad (2-5)$$

$$\bar{A} = [\bar{a}_{ij}] = \left[\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{ij}^{(k)} \right] \quad (\text{不一致時}) \quad (2-6)$$

本文進一步比較加總與平均影響力矩陣計算法在判斷一致或不一致情況下所求得之正規化權重是否相同，以決

定影響力權重的衡量方式。首先說明正規化(normalization)權重的計算方式。

正規化影響力權重計算是根據特徵向量法，以某段路徑影響力矩陣中任一行所有路徑強度加總除該欄決策者所在位置的路徑強度。若互倒數矩陣A是一致的，即 $a_{ij} * a_{jk} = a_{ik}$ ， $\forall i, j, k \leq m$ ，矩陣A的特徵向量可直接由任一段路徑之任一行正規化加總平均求得。決策者的正規化權重亦為所在列之加總除以矩陣所有輸入數的總和。Saaty證明此種權重計算方式與由任一行加權平均所得的結果相同(1986)。即，

$$e_i = \frac{a_{ih}^{(k)}}{\sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}}, \quad k \geq 1 \text{ 且 } k \text{ 為整數}, \forall h \leq m, \quad (2-7)$$

其中 e_i 為決策者i的影響力權重。

由2-7式可得 $a_{ih}^{(k)} = e_i \sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}$ 。 (2-8)

若矩陣A是不一致，即存在 $i, j, k \leq m$ ， $a_{ij} * a_{jk} \neq a_{ik}$ ，則必須計算A矩陣至無限次方乘幂以求得極限矩陣，即，

$$e_i \approx \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_{ih}^{(k)}}{\sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}} \approx \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum_{h=1}^m a_{ih}^{(k)}}{\sum_{i=1}^m \sum_{h=1}^m a_{ih}^{(k)}} \quad (2-9)$$

以下以決策者i為例，比較A矩陣一致時加總與平均計算的正規化權重是否相同。當矩陣為一致時，根據加總原則計算之正規化影響力權重如下。根據2-4式，

$$\tilde{A} = A^{(1)} + A^{(2)} + A^{(3)} + \dots + A^{(k)}$$

$$= \begin{bmatrix} (a_{11}^{(1)} + a_{11}^{(2)} + \dots + a_{11}^{(k)}) & \dots & (a_{1m}^{(1)} + a_{1m}^{(2)} + \dots + a_{1m}^{(k)}) \\ (a_{21}^{(1)} + a_{21}^{(2)} + \dots + a_{21}^{(k)}) & \dots & (a_{2m}^{(1)} + a_{2m}^{(2)} + \dots + a_{2m}^{(k)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (a_{m1}^{(1)} + a_{m1}^{(2)} + \dots + a_{m1}^{(k)}) & \dots & (a_{mm}^{(1)} + a_{mm}^{(2)} + \dots + a_{mm}^{(k)}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (e_1 c_1 + e_1 c_2 + \dots + e_1 c_k) & \dots & (e_1 c_1 + e_1 c_2 + \dots + e_1 c_k) \\ (e_2 c_1 + e_2 c_2 + \dots + e_2 c_k) & \dots & (e_2 c_1 + e_2 c_2 + \dots + e_2 c_k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (e_m c_1 + e_m c_2 + \dots + e_m c_k) & \dots & (e_m c_1 + e_m c_2 + \dots + e_m c_k) \end{bmatrix}$$

(根據2-8式， $a_{ih}^{(k)} = e_i \sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}$ ，令 $c_1 = \sum_{i=1}^m a_{ih}^{(1)}$ ， $c_2 = \sum_{i=1}^m a_{ih}^{(2)}$ ， \dots ， $c_k = \sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}$ ，則 $a_{ih}^{(k)} = e_i c_k$ ， $k \geq 1$ 且 k 為整數。)

因此決策者i的影響力權重為

$$\frac{(e_1 c_1 + e_1 c_2 + \dots + e_1 c_k)}{(e_1 c_1 + e_1 c_2 + \dots + e_1 c_k) + (e_2 c_1 + e_2 c_2 + \dots + e_2 c_k) + \dots + (e_m c_1 + e_m c_2 + \dots + e_m c_k)}$$

$$= \frac{e_i (c_1 + c_2 + \dots + c_k)}{(e_1 + e_2 + \dots + e_m)(c_1 + c_2 + \dots + c_k)} = e_i$$

(因為 $e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_m = 1$) (2-10)

現亦以決策者i為例，以平均方式計算正規化權重如下。根據2-5式，

$$\bar{A} = [\bar{a}_{ij}]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{11}^{(k)} & \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{12}^{(k)} & \dots & \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{1m}^{(k)} \\ \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{21}^{(k)} & \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{22}^{(k)} & \dots & \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{2m}^{(k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{m1}^{(k)} & \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{m2}^{(k)} & \dots & \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{mm}^{(k)} \end{bmatrix}, \quad k \geq 1, \text{ 且 } k \text{ 為整數} \quad (2-11)$$

因此決策者i的影響力權重，根據2-8式為

$$\frac{\frac{1}{m^{(k-1)}} a_{ih}^{(k)}}{\frac{1}{m^{(k-1)}} a_{1h}^{(k)} + \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{2h}^{(k)} + \dots + \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{mh}^{(k)}} = \frac{\frac{1}{m^{(k-1)}} \sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}}{\frac{1}{m^{(k-1)}} \sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)} (e_1 + e_2 + \dots + e_m)} = e_i \quad (2-12)$$

因此，在矩陣為一致的情況下，根據加總與平均原則計算之正規化影響力權重應相同。當互倒數矩陣A為不一致的情況下，令 t_n 表示n段路徑的影響力權重，且 $n \geq k$ 。根據Saaty，令

$$s_k \approx \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_{ih}^{(k)}}{\sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}}, \quad \text{則} \quad (2-13)$$

$$\text{若 } s_k \rightarrow e_i \approx \frac{a_{ih}^{(k)}}{\sum_{i=1}^m a_{ih}^{(k)}} \quad k \rightarrow \infty, \quad (2-14)$$

$$\text{則 } t_n \rightarrow e_i \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s_k \quad n \rightarrow \infty \quad (2-15)$$

2-13至2-15式表示，只要將矩陣自乘無限多次或者充分大的次數，再將其正規化後，所得到的特徵向量代表根據平均原則計算而得的正規化影響力權重。但根據加總原則計算是否與平均原則計算結果相同，則可根據CESARO極限定理加以說明(楊維哲, 1990)。

令 A^k 表矩陣 A 的 k 次乘冪，

當 $\lim_{k \rightarrow \infty} A^k \approx 0$ ，

則 $\lim_{k \rightarrow \infty} (A^1 + A^2 + \dots + A^k) / k$

$$\approx \lim_{k \rightarrow \infty} \left[(A^1 + A^2 + \dots + A^N) / k + (A^{(N+1)} + A^{(N+2)} + \dots + A^k) / k \right] \approx 0$$

，其中 $1 < N < k$ ，(2-16)

因為， $k \rightarrow \infty$ ，則 $[(A^1 + A^2 + \dots + A^N) / k] \rightarrow 0$

及 $[(A^{(N+1)} + A^{(N+2)} + \dots + A^k) / k] \rightarrow 0$ 。

當 $\lim_{k \rightarrow \infty} (A^k - B) \approx 0$ ，則 $\lim_{k \rightarrow \infty} A^k \approx B$ ，

且 $\lim_{k \rightarrow \infty} [(A^1 - B) + (A^2 - B) + \dots + (A^k - B)] / k \approx 0$ 。因此

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (A^1 + A^2 + \dots + A^k) / k - k * B / k \approx 0。$$

而 $\lim_{k \rightarrow \infty} (A^1 + A^2 + \dots + A^k) / k \approx B$ 。最後可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (A^1 + A^2 + \dots + A^k) \approx kB。 \quad (2-17)$$

根據 2-17 式，將 A^k 代入 B ，

可得 $\lim_{k \rightarrow \infty} (A^1 + A^2 + \dots + A^k) \approx \lim_{k \rightarrow \infty} k * A^k$

$$\approx \left[\lim_{k \rightarrow \infty} k * a_{ij}^{(k)} \right] \approx \left[\lim_{k \rightarrow \infty} k * e_i \sum_{j=1}^m a_{ij}^{(k)} \right] \quad (\text{根據 2-9 式})$$

$$\approx \lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} ke_1 c_1 & \dots & ke_1 c_m \\ ke_2 c_1 & \dots & ke_2 c_m \\ ke_3 c_1 & \dots & ke_3 c_m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ke_m c_1 & \dots & ke_m c_m \end{bmatrix} \quad (\text{令 } \sum_{j=1}^m a_{ij}^{(k)} = c_j)。$$

(2-18)

而決策者 i 的影響力權重為

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{ke_i c_j}{ke_1 c_j + ke_2 c_j + \dots + ke_m c_j} \approx \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{ke_i e_j}{ke_i (e_1 + e_2 + \dots + e_m)} \approx e_i \quad (2-19)$$

(根據羅畢達法則(L'Hospital rule)(Friedman, 1971)及權重和為 1)。

又 2-13 至 2-15 式雖說明平均計算原則所求得特徵向量可代表正規化影響力權重，其詳細證明如下。令 \bar{A} 表 k 段路徑的平均影響力矩陣， $k \rightarrow \infty$ ，則

$$\bar{A} \approx \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{m^{(k-1)}} A^k \approx \left[\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{m^{(k-1)}} a_{ij}^{(k)} \right] \quad (\text{根據式 2-6})$$

$$\approx \left[\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{m^{(k-1)}} e_i c_j \right] \quad (\text{根據式 2-9})$$

$$\approx \lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \frac{1}{m^{(k-1)}} e_1 c_1 & \dots & \frac{1}{m^{(k-1)}} e_1 c_m \\ \frac{1}{m^{(k-1)}} e_2 c_1 & \dots & \frac{1}{m^{(k-1)}} e_2 c_m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{m^{(k-1)}} e_m c_1 & \dots & \frac{1}{m^{(k-1)}} e_m c_m \end{bmatrix}$$

$$(\text{令 } c_j = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m a_{ij}^{(k)})。 \quad (2-20)$$

而決策者 i 的影響力權重為

$$\approx \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{m^{(k-1)}} e_i c_j}{\frac{1}{m^{(k-1)}} (e_1 c_j + e_2 c_j + \dots + e_m c_j)} \approx \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e_i c_j}{(e_1 + e_2 + \dots + e_m) c_j} \approx e_i。$$

因此，加總與平均在不一致時其計算結果相同。此結果乃由於經由加總及平均影響力矩陣 kA^k 及 $\frac{1}{m^{(k-1)}} A^k$ 計算正規化權重時，會將係數 k 及 $\frac{1}{m^{(k-1)}}$ 分別消去。由此可知，只要路徑趨近於相當大的長度，加總與平均計算就會相同。由上述數學推演得知：不管判斷一致或不一致的情況，加總與平均計算結果相同，而加總計算係考慮對決策者間所有可能路徑影響之和，更能反應某種互動過程中，決策者間相互的影響程度。然而 Saaty 的平均強度是較經濟的方式，因其只需求趨近於無限大的矩陣正規化權重。因此，在實證的操作上，建議以平均計算方式，求算影響力權重。

(三) 收斂偏好結構

初始偏好結構係以 MAVT 所求的多維價值函數表示。假設有 m 個決策者， p 個方案， n 個屬性。 w_j 表示第 j 個屬性權重或尺度化常數。 x_{ij} 表示 i 方案 j 屬性的原始屬性水準(即原始單位屬性衡量尺度)。 $V_{ij}(x_{ij})$ 表示 x_{ij} 透過第 k 個決策者對 i 方案 j 屬性的價值函數轉化為標準化價值(介於 0-1 之間)。則 $\sum_{j=1}^n w_j V_{ij}(x_{ij})$ 表示每個決策者對方案 i 的初始偏好結構。

求取初始偏好結構之後，我們由 m 個決策者的影響力權重 (e_1, e_2, \dots, e_m) 決定決策者初始偏好結構佔最終收斂偏好結構的比例。決策者對方案的最終收斂偏好結構可由影響力權重求得。如方案 i 的最終收斂偏好結構是由 m 個決策者相互影響而獲得，將各決策者的影響力權重與各自的初始偏好結構相乘可求得方案 i 的最終收斂偏好結構 v_i^* 。其他方案的最終收斂偏好結構亦可由此方式求得。即以 $v_i^* = \sum_{k=1}^m [e_k \sum_{j=1}^n w_j V_{kj}(x_{ij})]$ (k 表決策者， $k=1, 2, 3, \dots, m$) 表示群體對

對方案最終收斂的偏好結構（如表1）。

表1 最終收斂偏好結構表

決策者 方案	P1	P2	...	Pm
A1	$e_1 \sum_{j=1}^n w_{1j} V_j(x_{1j}) + e_2 \sum_{j=1}^n w_{2j} V_j(x_{2j}) + \dots + e_m \sum_{j=1}^n w_{mj} V_j(x_{mj}) = v_1^*$			
A2	$e_1 \sum_{j=1}^n w_{1j} V_j(x_{1j}) + e_2 \sum_{j=1}^n w_{2j} V_j(x_{2j}) + \dots + e_m \sum_{j=1}^n w_{mj} V_j(x_{mj}) = v_2^*$			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Ap	$e_1 \sum_{j=1}^n w_{1j} V_j(x_{1j}) + e_2 \sum_{j=1}^n w_{2j} V_j(x_{2j}) + \dots + e_m \sum_{j=1}^n w_{mj} V_j(x_{mj}) = v_p^*$			

三、評估基礎建立

解決未充分定義問題(如目標函數不清楚之多目標或偏好結構不明確的問題)的方法之評估一般採用外部評審或內部評審的方式(Hopkins, 1984)。外部評審由外部專家決定標準，以評估方法之有效性，而內部評審由受測者交替使用決策方法，根據對方法的信任程度、使用時間、收斂度等加以評估。這兩種方式亦可應用在評估多屬性決策方法上，因為該方法多為解決未充分定義的問題。然而在此，本文嘗試結合兩者優點提出一評估方式說明評估基礎如何建立。以下將內、外部評審的評估方式及優缺點做一說明，並說明本文建議的評估方式。

內部評審是較常使用的方式，由受測者本身決定方法的有效性。若由受測者直接決定方法的好壞，同一受測者需使用至少兩種以上的決策方法。然而後使用的方法由於先前使用方法的學習效果，將產生比原先更佳的结果。Hopkins認為這種學習效果不易處理，只能在更複雜的實驗設計中解決。內部評審的實驗設計如表2所示。表2的數字代表實驗群體，是依創造力程度分成同質性的群體。創造力分類是根據陶倫斯的測試方式(Torrance test of creativity (Hopkins, 1984))，然後再依方法使用的順序分類，最後再由受測者判斷較佳的方法。群體中每個受測者依不同的順序使用每個決策方法，是為了控制學習效果。但當欲評估的決策方法眾多時，方法的順序組合較多，受測者須交替使用不同的決策方法。雖然此種評估方式較複雜，但對於處理價值表現的問題，最好由受測者本身的判斷作為基礎，故較適用。

表2 內部評審實驗設計

方法順序	A→B	B→A
同質性群體		
高創造力群體	(1)	(2)
低創造力群體	(3)	(4)

外部評審由一群外部專家以一個分析者而非決策者的角色，對問題加以分析其結構，求取群體一致的偏好作為決策方法結果的比較標準。Hopkins認為外部評審可解決因方法使用先後順序不同所產生的複雜學習效果。外部評估由外部專家產生標準，受測者只需使用一種方法，處理一個問題，在方法運用上較簡單，但適當的專家不易認定。外部評審如表3所示，同樣依創造性及方法分類。由於標準由群體專家產生，受測者只需使用一種方法，不必考慮方法的順序。標準再與受測者的結果比較，以評估方法的優劣。

表3 外部評審實驗設計

決策方法	A	B
同質性群體		
高創造力群體	(1)	(2)
低創造力群體	(3)	(4)

由於本文所著重的是價值表現的方法，僅為解決不完全定義問題方法之一小部分(因為不完全定義問題除了包含價值不確定性外，尚包括目標函數及學習效果等不確定性因素)。Hopkins建議有關價值衡量方法的評估最好由受測者本身產生標準，較能表達受測者偏好。而外部評審亦有其優點。外部評審可解決方法使用順序不同所產生的複雜學習效果，受測者不必交替使用不同的決策方法，可減少受測者的負擔。但本文所建議的外部評審與Hopkins不同，外部評審是由受測群體使用標準方法所產生的群體偏好結構，而非外部專家一致認同的標準。因此，本文折衷兩種評估方式進行評估方式的設計，由受測者群體的偏好結構作為外部評審的標準，但外部評審標準由受測者內部決定。這樣的評估方式不但能如同內部評審一樣表達受測者的偏好，且操作上較內部評審簡單。

整個評估程序如表4所示。橫列表示不同決策方法，縱列表示同質性群體。同質性群體再依決策方法隨機並平

均分配於不同的受測群體。每個受測群體有m個受測者。根據前述之MAVT及平均強度量測方式產生集體最後收斂偏好結構的方法，作為標準方法，即表4中之M法表示。詳細的程序說明如下：

表4 決策方法評估方式表

決策方法	T1		T2		T3		...	Tr	
方法順序	M ₁ T ₁	T ₁ M	M ₁ T ₂	T ₂ M	M ₁ T ₃	T ₃ M	...	M ₁ T _r	T _r M
同質性群體	受測群體	受測群體	受測群體	受測群體	受測群體	受測群體	...	受測群體	受測群體
G1	G ₁ T ₁	G ₁ T ₁	G ₁ T ₂	G ₁ T ₂	G ₁ T ₃	G ₁ T ₃	...	G ₁ T _r	G ₁ T _r
G2	G ₂ T ₁	G ₂ T ₁	G ₂ T ₂	G ₂ T ₂	G ₂ T ₃	G ₂ T ₃	...	G ₂ T _r	G ₂ T _r
G3	G ₃ T ₁	G ₃ T ₁	G ₃ T ₂	G ₃ T ₂	G ₃ T ₃	G ₃ T ₃	...	G ₃ T _r	G ₃ T _r
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
G _s	G _s T ₁	G _s T ₁	G _s T ₂	G _s T ₂	G _s T ₃	G _s T ₃	...	G _s T _r	G _s T _r

(一)受測群體分類

首先依受測者性質加以分類成 s 個同質性的群體 G₁, G₂, G₃, ..., G_s。同質性的群體是指其溝通網路為充分溝通及相互影響力為1的群體；再將每個同質性群體依r個欲評估的決策方法T₁, T₂, T₃, ..., T_r隨機並平均分配為G₁T₁, G₁T₂, G₁T₃, ..., G₁T_r; G₂T₁, G₂T₂, G₂T₃, ..., G₂T_r; ... G_sT₁, G_sT₂, G_sT₃, ..., G_sT_r; 個受測群體。同質性的分類主要是因為可假設影響力強度 a_{ij} = 1, i, j = 1, 2, ..., m。即如同Hopkins的實驗設計中對於受測者的意見整合，將各受測者的影響力視為相同，即受測者的影響力權重均相等。此時只要將各受測者的意見加總平均。然而此為各種網路情況的特例。若可確定各路徑的影響強度，便可以影響力權重乘以初始價值而獲得群體偏好強度，而不必再劃分同質性群體。

(二)評估基礎產生方式

本文的評估程序設計以群體互動之後而形成穩定的偏好結構作為評估基礎，再與受測者使用多屬性決策方法所獲得的偏好結構比較。評估基礎的產生是以前節所提的群體收斂偏好結構求取方法，作為標準方法。即經由分組後的每個受測群體分別使用標準方法，所求得的群體偏好結構，作為一個外部評審，再與受測群體每個受測者使用多屬性決策方法求取的偏好結構比較。整合各組評審意見，決定方法的有效性。

(三)評估結果計算方式

方法優劣評估，是以每個受測群體使用各決策方法所求得的偏好結構與標準方法求得偏好結構的差距總和來評估。但偏好值平均水準不同，將影響其變異程度，故其標準差不能直接作比較，須計算其相對離差，以測出其間差異程度的大小而得到較正確的比較。變異係數V是相對離

差中最重要的統計量，變異係數是以標準差除以算術平均數μ獲得(顏月珠, 1991)。因此，偏好結構差距以變異係數表示為佳。決策方法與標準方法兩者的偏好值之變異係數總和愈小，表示各集體所使用之方法愈能表達受測者的偏好結構。

若每個受測集體有m個受測者，D_{TiM}及D_{M_{Ti}}表示方法順序不同所產生的變異係數總和，V_{G_iT_i}表示受測群體G_iT_i的變異係數總和，V'_{G_iT_i}表示該群體改變方法順序後之變異係數總和，u_{iG_iT_i}表示受測群體G_iT_i之i受測者使用決策方法所得的偏好結構。u_{M_{G_iT_i}表示受測群體G_iT_i使用標準方法所得的集體最終收斂的偏好結構。於是 V_{G_iT_i} = $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (u_{iG_i T_i} - u_{M_{G_i T_i}})^2}{(m-1)}}$ / μ_{G_iT_i}，其中μ_{G_iT_i}為群體G_iT_i使用T_i方法的平均偏好結構。例如決策方法T₁的變異係數總和為：D_{T1} = D_{M_{T1}} + D_{T1M} = V_{G₁T₁} + V_{G₂T₁} + ... + V_{G_sT₁} + V'_{G₁T₁} + V'_{G₂T₁} + ... + V'_{G_sT₁}。決策方法T₂, T₃, ..., T_r亦可依同樣方式求得變異係數總和。根據變異係數總和D_{T2}, D_{T3}, ..., D_{Tr}，便可比較不同多屬性決策方法其表現決策者偏好結構的有效性。}

四、討論

本文所提出的多屬性評估方法的設計，主要的觀念在一定的群體互動機制下求得群體收斂價值。該群體互動機制主要表現在2-1式中一段路徑影響力矩陣中的數據，這些數據的操作意義為何以及如何求得，是本設計能否成功的關鍵因素。比較簡單的方法，是將受測者依其個人特性，如年齡、學歷、職業、及收入等，加以歸類，具有相同社會經濟背景，或以類似Hopkins所建議的陶倫斯測試方式，視為同質性受測者並假設該組受測者的影響力矩陣為同一矩陣(identity matrix)。最後群體收斂偏好結構，可經由計算受測者平均偏好結構求得。

較為精確的方式，則為明確定義2-1式中矩陣數據的意義，即決策者i對決策者j的影響力如何意義？這個定義的釐清必須另外撰文加以說明，但本節提出一個可能的解釋方向。影響力的定義可初步解釋為兩決策者相互學習過程中的頻率(frequency)與回饋(feedback)因子的重疊作用。決策者藉由該兩學習因子不但影響其本身，且影響其他決策者價值的形成。根據Watson的定義，頻率作用顯示受測者接受長期固定的刺激後，將以一定的方式反應(1966)。例如，在集體互動過程中，其決策者與另一決策者接觸的頻率高，其在價值形成上，可能較易受該決策者的影響。

回饋作用則表示受測者經歷最近某種刺激而導致的某種結果，下次將愈有可能採取相關的行動(Hill, 1990)。王克先亦定義回饋為個體反應後，經由任何線索(cues)而獲悉

反應的結果(1993)。反應結果的了解，固可由個人自己直接觀察而到，即所謂的內在回饋(intrinsic feedback)，亦可由他人提供線索而獲知，稱為外在回饋(extrinsic feedback)。回饋的作用在於它能將行動的後果隨時傳給決策者本身，以供修正價值的機會(王克先，1993)。

因此，可初步定義2-1式矩陣中的數據 a_{ij} 為群體互動學習過程中頻率與回饋兩種作用重疊影響的結果。頻率作用表示在價值形成過程中，決策者間互動的頻繁度；互動愈頻繁，頻率作用愈大。回饋作用可定義為決策者本身發掘線索或結果，以及其他決策者提供線索或結果的可能性。內在回饋可表決策者自身提供線索的可能性，因此影響 a_{ii} 的值。外在回饋表其他人對該決策者提供線索的可能性，因此影響 a_{ji} 的值。因此， a_{ij} 可初步定義如4-1式。

$$a_{ij} = \frac{e_i}{e_j}, \quad (4-1)$$

$$\begin{aligned} \text{而 } e_i &= f(x_{1i}, x_{2i}), \text{ 且} \\ e_j &= f(x_{1j}, x_{2j}), \end{aligned}$$

其中 e_i, e_j 表示決策者 i 及 j 的相對影響力權重；分別表示決策者 i, j 學習過程中相對的頻率作用 x_{1i}, x_{1j} 及回饋作用 x_{2i}, x_{2j} 的大小。 f 則表示頻率作用及回饋作用相對於影響力大小的函數。

五、結論與建議

多屬性決策方法各有其決策規則，如加法(AHP、MAUT等)、乘法(MAUT)甚至更複雜的一致分析(Concordance Analysis, CA)(Lai及Hopkins, 1989)。各規則所得的評估結果不盡相同，其有效性有必要以適當的評估基礎及評估方式加以評估。這些研究所遭遇的最大困難在於評估基礎的難尋。因為價值的判斷是主觀的，如何設定客觀的評估基礎是十分困難的工作。本文以群體偏好強度作為多屬性決策方法的客觀評估基礎。

從初步的研究中，擬議採用外部評審的方式評估決策方法，而此外部評審為群體成員內部產生之群體偏好結構，可結合內部評審表達受測者偏好的優點，並根據數個受測群體產生多個評審，更可客觀地評估決策方法。此種評估方式不但較內部評審簡單，亦可改進外部評審無法表達受測者偏好的缺點。本文除了將Hopkins的實驗設計進一步發展之外，並提出評估基礎產生的標準方法，提高實驗設計的可操作性。在標準方法方面，是以規範性的角度將群體價值形成從理論上解釋為群體成員經由充分互動影響、透過自身影響與他人的影響而彼此調整其偏好結構，最終達成收斂或共識的過程；此方法是以可衡量加法價值函

數作為初始偏好結構；根據圖形理論及特徵向量法以加總或平均強度計算方式求取影響力權重，並以影響力權重決定最後穩定的偏好強度。在數學推演的部分，除了驗證Saaty平均強度衡量權重方式是較經濟有效的方法外，因其只須求算一個矩陣的正規化權重，並且此結果是AHP理論中未提出的特性。簡言之，在判斷一致時，加總強度與任一路徑平均強度計算的正規化權重相同，即正規化後之 $A^1 + A^2 + \dots + A^k = \bar{A}^1 = \bar{A}^2 = \dots = \bar{A}^k$ ；在判斷不一致時，加總強度與路徑無限大的平均強度計算之權重相同，即正規化後之 $A^1 + A^2 + \dots + A^k = \bar{A}^k, k \rightarrow \infty$ 。

雖然本研究已發展出運用群體偏好作為評估基礎的架構，但仍有許多方面有待後續研究。本文所提方法，雖然在理論上有許多優點，如受測者使用決策方法次數減少以及以評估基礎的偏好為基礎，因而較客觀，在操作方面，除非2-1式中的數據有明確求取方式，則將受測者根據其特性的同質程度劃分受測組以及求取平均之群體偏好，不失為一可行方法。但4-1式的定義應可做更深入且有趣的探討。如雖以圖形抽象化的數學概念表示兩點間之關係，而著重在偏好強度的計算，然而價值實際形成的過程亦相當重要。但目前只提出規範性的解釋，而著重在價值形成結果的探討，至於兩決策者間是如何互動、影響而使偏好結構產生變化，是後續相當值得探討的問題，可進一步以溝通理論，學習理論或其他適合的理論探討決策者是如何相互影響而使偏好改變的過程，並進一步了解整個價值形成方式與影響成因。此外，先前假設影響力矩陣的輸入數是事先獲知並且是群體成員討論後的判斷。因此，如何設計適當的討論方式及問卷方式，使受測者或實驗者更容易判斷影響力強度的差別，亦是後續研究的方向。

參考文獻

- 王克先
1993 《學習心理學》，台北市：桂冠圖書公司。
- 方溪泉
1994 《AHP 與 AHP' 實例運用比較-以高架橋下土地使用評估為例》，國立中興大學都市計劃研究所未出版碩士論文。
- 辜永奇
1994 《多屬性決策方法中偏好強度的意義與測定》，國立中興大學都市計劃研究所未出版碩士論文。
- 楊維哲
1990 《微積分》，台北市：三民書局。
- 賴世剛
1994 <多屬性決策理論在都市計劃之應用>，人與

地，第130期。

顏月珠

1991 《商用統計學》，台北市：三民書局。

Adelman, L., Sticha, P.J., and Donnell, M. L.

1984 "The role of task properties in determining the relative effectiveness of multiattribute weighting techniques", Organization Behavior and Human Decision Process, 33:243-262.

Dyer, J. S. and Sarin, R. K.

1979 "Measurable multiattribute value functions", Operations Research, 27(4):810-822.

Fischhoff, B., Slovic, P. and Lichtenstein, S.

1980 "Knowing what you want: Measuring labile values", in T. Wallsten (eds.) Cognitive Processes in Choice and Decision Behavior Hillsdale, NJ: Erlbaum Publications Ltd., 64-85. Publications, Ltd.

Friedman, A.

1971 Advanced Calculus, New York: Holt, Rinehart & Winston.

Harker, P. T. and Vargas, L. G.

1987 "The theory of ratio estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process", Management Science, 33(11):1383-1403.

Hill, W. F.

1990 Learning: A Survey of Psychological Interpretation, New York: Harper and Row.

Hobbs, B. F.

1980 "A comparison of weight methods in power plant siting", Decision Sciences, 11:725-737.

Hopkins, L. D.

1984 "Evaluation of methods for exploring ill-defined problems", Environment and Planning B: Planning and Design, 11:339-348.

Horn, R. A. and John, C. R.

1993 Matrix Analysis, Cambridge: Cambridge University Press.

Keeney, R. L.

1992 Value-Focused Thinking, Cambridge: Harvard University Press.

Keeney, R. L. and Raffia, H.

1976 Decision with Multiple Objectives, New York: John Wiley & Sons, New York.

Lai, S. K.

1990 A Comparison of Multiattribute Decision Making

Techniques Using an Iterative Procedure to Derive a Convergent Criterion, PhD dissertation, Department of Urban and Regional Planning, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL.

Lai, S. K. & Hopkins L. D.

1989 "The meanings of trade-offs in multiattribute evaluation methods: A comparison", Environment and Planning B: Planning and Design, 16:155-170.

Lai, S. K. & Hopkins L. D.

1995 "Can decisionmakers express multiattribute preferences using AHP and MUT? An experiment", Environment and Planning B: Planning and Design, 22:21-34.

Lynch, K.

1990 Good City Form, Cambridge: The MIT Press.

Lee, I. and Hopkins, L. D.

1995 "Procedural expertise for efficient multiattribute evaluation: a procedural support strategy for CEA", Journal of Planning Education and Research, 14(4):255-268.

March, J. G.

1978 "Bounded rationality, ambiguity, and the engineering of choice", The Bell Journal of Economics, 9:587-608.

March, J. G.

1994 A Primer on Decision Making, New York: The Free Press.

Saaty, T. L.

1980 The Analytic Hierarchy Process, New York: McGraw-Hill.

Saaty, T. L.

1986 "Axiomatic foundation of the Analytic Hierarchy Process", Management Science, 32:841-855.

Saaty, T. L. and Vargas, L. G.

1984 "Inconsistency and rank preservation", Journal of Mathematical Psychology, 28(2):205-214.

Schoemaker, P. J. H. and Waid, C. C.

1982 "An experimental comparison of different approaches to determining weights in additive utility models", Management Science, 28:182-196.

Sinden, J. A. and Worrell, A. C.

1979 Unpriced Values, New York: John Wiley & Sons

Tversky, A. and Kahneman, D.

- 1982 " Judgment under uncertainty: heuristics and biases" in D. Kahneman, P. Slovic, and A. Tversky (eds.) Judgement under Uncertainty : Heuristics and Biases , New York: Cambridge University Press .
- von Winterfeldt, D. and Edwards, W.
1986 Decision Analysis and Behavioral Research, Cambridge: Cambridge University Press.
- Watson, J. B.
1966 Behaviorism, Chicago: University of Chicago Press.
- Zhu, S-H and Anderson, N. H.
1991 "Self-estimation of weight parameter in multiattribute analysis", Organization Behavior and Human Decision Process , 48:36-54.