

# 聚落體系形成之電腦模擬實驗—以報酬遞增 觀點為基礎之探討

于如陵\* 賴世剛\*\*

論文收件日期：九十年七月十二日

論文接受日期：九十年十一月十四日

## 摘 要

本文是探討都市聚落體系何以會形成冪次現象(Power law)，並嘗試以電腦模擬實驗來驗證報酬遞增是否為構成冪次現象的機制。所謂的冪次法則是指事物出現的規模與頻率間的關係：物體的規模 $S$ 和其出現次數，呈 $S^{-\alpha}$ 的比例關係，亦即規模大的事物出現的頻率低，而規模小的事物出現的頻率高，而形成一個自成組織的體系。在都市體系中亦被觀察到此現象存在，1949年Zipf提出的等級大小法則(Rank-Size rule)，證實冪次現象亦可適用於都市體系。在複雜科學(Sciences of Complexity)中提到，許多自然界與社會科學中的複雜系統，都具有自我組織(self-organization)的特質，冪次法則就是系統具有自我組織性質的證據之一。

過去的文獻對於冪次法則形成的機制並未有完整的解釋，由於都市亦為一複雜系統，本研究嘗試由複雜理論中「報酬遞增」的觀念來探討冪次現象的成因，設計電腦程式來觀察報酬遞增與冪次現象之關係。由電腦模擬顯示，依照報酬遞增法則形成的都市聚落，與冪次現象呈高度相關。因此吾人猜測報酬遞增極可能是形成冪次現象的機制之一。

關鍵詞：聚落體系、報酬遞增、冪次法則

\* 國立成功大學都市計劃研究所博士候選人、崑山科技大學不動產經營系講師  
台南縣永康市大灣路949號，TEL: (06)2701834-13，E-mail: juling@mail.ksut.edu.tw

\*\* 國立台北大學地政系教授兼地政研究中心主任  
TEL: (02)25021520-7595，E-mail: lai@mail.ntpu.edu.tw

# Computer Experiments on Formation of Settlement Systems: An Exploration Based on Increasing Returns

Yu Ju-Ling and Lai Shih-Kung

## Abstract

The paper studies why urban systems can be characterized by a power law, and attempts to prove, through computer experiments, if increasing-returns are the underlying mechanisms giving rise to power laws. The so-called "power law" is referred to as the relationship between the scale and frequency of objects. That is, the number of objects whose sizes exceed  $S$  is proportional to  $S^{-\alpha}$ . The larger the scale, the lower the frequency; while the smaller the scale, the higher the frequency, and then the system forms an organization automatically. The phenomenon has also been observed in urban systems, the Rank-size rule that Zipf presented in 1949 proving that the power law could also be applied to urban systems. It is specified in the sciences of complexity that many complex systems in natural and social sciences have the characteristics of self-organization, and the power law is one of the evidences that systems exhibit the characteristics of self-organization.

Previous related work does not have a complete explanation about how the power law forms. Viewing the city as a complex system, the research tries to investigate the reasons why the power law emerges from the increasing-returns concept in complexity theory, and designs computer programs to observe the relationship between increasing-returns and the power law. The results of the computer experiments show that there exists close relationship between the urban systems that are formed under the increasing-returns assumption and the emergent power law phenomenon. We argue that increasing-returns would be one of the underlying mechanisms through which the power law relationship emerges.

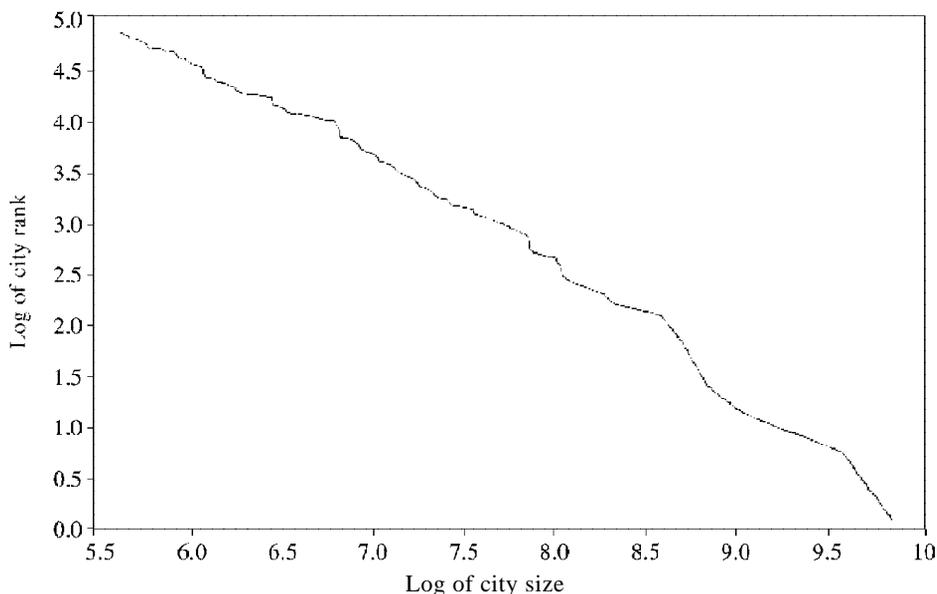
**Keywords:** Settlement Systems, Increasing Returns, Power Law

## 一、前言

都市聚落的體系是如何形成的？我們可以觀察到，不論古今中外，在一個國家或地區內，總是存在著所謂的「都市階層」「都市體系」，高階層的大都市數量稀少，而存在眾多的低階層小聚落，大小聚落之間存在的秩序，彷彿是經過人為精心的安排。1933年德國地理學家克里司徒納(Walter Christaller)提出他的中地理論(Central place theory)，指出即使是在一個均質的平原上，基於能最有效提供服務的觀點，可以建構出一個理想中的都市階層體系。而1949年威普夫(Zipf)，提出等級大小法則(Rank-Size rule, 1949)，則是由對現狀的觀察與歸納，以說明都市規模與其等級的相關性。這兩位學者對於都市聚落體系的理論，有很大的貢獻。

近年來，複雜科學(Sciences of Complexity)逐漸被引入各學門中(例如，Kauffman, 1995；Simon, 1998；Batten, 2001；林和, 1991及齊若蘭, 1994)，複雜科學強調的是總體是由個體所構成的，而整體系統之所以複雜難測，是因為個體間的互動所致。都市是由眾多組成份子互動所形成的，無疑的，都市是一個複雜系統。複雜科學中提到，許多自然界與社會科學中的複雜系統，都具有自我組織(self-organization)的特質，該理論認為系統在某些情況下會從混亂中自發地呈現某些秩序。而秩序的起源並非源於某些物理學或經濟學的定理原則，而是由系統中組成分子互動所產生的。而所謂冪次現象(Power Law)就是系統呈現自我組織的證據之一，冪次現象是指事物出現的規模與頻率間的關係：物體的規模 $S$ 和其出現之次數，呈 $S^{-\alpha}$ 的比例關係，亦即規模大的事物出現的頻率低，而規模小的事物出現的頻率高，而形成一個自成組織的體系。在自然界如地震、隕石撞擊，在社會科學界如股市漲跌等，都呈現出冪次現象。一個比較有趣的例子是將台北大學地政系網站留言版中每筆留言的人氣指數(點閱紀錄)加套入冪次法則的模型，幾乎是完全吻合，由此可見冪次現象的普遍性。

而前面所提的等級大小法則(Rank-Size rule, Zipf, 1949)事實上與冪次法則是不謀而合，函數型態完全是相同的，可見得冪次現象亦存在於都市系統之中。Krugman(1996)以美國1993年的統計資料，以130個都市的規模資料套入冪次法則的模型，呈現高度的吻合(見圖一)。統計結果，模型的係數值(斜率)約為-1，表示人口大於某一數量 $S$ 的都市個數與 $1/S$ 呈比例關係。而且這樣的關係在過去一個世紀以來大致保持穩定。目前學界對於都市體系的冪次現象尚無法合理解釋。Simon在1955年提出一個隨機成長模型(random growth model)，試圖解釋冪次法則的成因，但仍存有尚未解決的問題。本研究嘗試由另一個途徑來尋求對冪次法則的解釋，以



圖一 美國都市體系呈冪次法則分布圖(資料來源：Krugman，1996)

「報酬遞增」的概念為精神，設計電腦模擬程式，在均質的平面空間上建立符合冪次法則的聚落體系。透過這樣的模擬實驗，驗證「報酬遞增」是否為形成冪次法則的推動機制。由模擬的結果來看，經由「報酬遞增」原則所形成的聚落體系，與冪次法則呈高度吻合(相關係數已趨近於1)，因此吾人猜測，「報酬遞增」可能是形成冪次法則的機制之一。

## 二、等級大小法則與冪次法則

在一個大範圍的區域中，若觀察其聚落的分佈，我們可以發現其自成一種階層式的體系，都市有大小不同的規模，若將其依規模來區分等級，大規模而等級高的城市少，小規模而等級低的城市多。1949年Zipf提出等級大小法則(Rank-Size rule)以說明都市規模與其等級的相關性。其關係如下：

$$P_r = P_1/r, \text{ 其中}$$

$P_r$ 代表區內第 $r$ 級城市的人口數

$P_1$ 代表區內最大城市(首市)的人口數

$r$ 代表有 $P_r$ 人口城市的等級

這個經由觀察歸納所得的關係，經過許多學者在各地加以驗證，確實相當程

度的可以描述都市體系內的等級關係。Charles (1958)(引自陳伯中, 1983, p.86)對等級大小法則評論說：「等級大小法則在許多個案中，雖然相當接近大小城市的實際分布情形，但是卻缺乏邏輯基礎。而且有些地區分級下來，竟然只有最大城市和最小城市兩個極端。因此這法則要對廣大而複雜的地區，其城市大小、間隔、機能都密切聯繫者，才較為相宜，卻不宜於狹小而均一的地區。」

在複雜理論中提到，許多自然界與社會科學中的現象，都具有自我組織的特質，該理論認為系統在某些情況下會從混亂中自發的表現出某些秩序，而秩序的形成並非源於某些物理學或經濟學等學科所描述的定理法則，而是由系統中組成份子互動所產生。冪次法則就是系統具有自我組織性質的證據之一。所謂的冪次法則是指事物出現的規模與頻率間的關係：物體超過規模  $S$  的出現次數，和  $S^{-\alpha}$  成一個比例關係，亦即規模大的事物出現的頻率低，而規模小的事物出現的頻率高，而形成一個自成組織的體系。若將「規模」與「頻率」兩個變項均取對數，則呈現一個迴歸上的線性關係，這就是所謂的冪次法則。

冪次法則的實例最為人所稱道的首推地震與砂堆實驗(Bak and Chen,1991)。地震的發生次數與其釋出的能量間符合冪次法則的規律，另外在砂堆實驗中，砂堆崩塌的規模與崩塌頻率之間，亦存在冪次法則的規則。

吾人可以發覺其實冪次法則亦存在於都市系統中，它的概念與先前學者所提出的等級大小法則不謀而合。只是等級大小法則是一個觀察歸納的結果，在當時還沒有提到所謂自我組織這樣的概念。如前所述，Krugman(1996)曾以美國都市的實際統計資料進行統計分析，亦得到同樣的冪次關係。由於冪次法則是先區分規模，再觀察規模與頻率的關係，牽涉到如何分組的問題。Krugman提出的方式是將城市依規模大小「排序」，再將「排序」與「規模」皆取對數，發現其亦呈現線性的關係(見圖一，縱軸為都市排序取對數，橫軸為都市規模取對數)。

Zipf的等級大小法則與複雜理論中的自我組織，都指出了都市體系的規律性，兩者實為異曲同工。但目前學界只是觀察到這樣的現象與規律，對於形成這種現象的幕後機制仍在試圖理解之中(Krugman,1996)，如Simon在1955年所提出的解釋模型，他假設都市成長是一次增加一個區塊(lump)，而這個區塊的人口可以選擇加入現有都市，或成立一個新的聚落。而該區塊成立為新聚落的機率是固定值  $\pi$ 。而推導出的係數值  $\alpha = 1/(1 - \pi)$ 。但問題是依照實際狀況統計出來的  $\alpha$  值趨近於1(原為-1，但Simon已主動設定  $\alpha$  前面有負號)，則除非  $\pi$  等於零，否則  $\alpha$  不可能為1，但在  $\pi$  等於零的情況下，這個模型無法運作，無法產生任何新都市，更談不上所謂都市體系。因此Simon的模型仍未能完整解釋冪次法則的成因。

本文的目的便嘗試突破冪次法則在解釋都市系統自我組織現象的盲點，嘗試由報酬遞增概念透過電腦模擬實驗推測冪次法則背後形成的機制。

### 三、報酬遞增理論

「報酬遞增」與冪次法則有什麼關聯？在正式定義「報酬遞增」這個觀念之前，我們先來舉一個例子：以前面所提到的網站留言版人氣指數呈冪次現象的例子來說，為什麼有的留言點閱人次多？有些留言點閱人次相對就少？而且呈現冪次規則，有沒有合理的解釋？首先，每一則留言的性質不同，而每個人關心的話題也不同，一個大家所共同關心的問題，就變成一個「熱門」的話題，當然會造成較高的點閱人次，這是一個解釋的方向。另一個解釋的方向就是人都是好奇的，有「從眾心理」，對於能吸引別人的話題，他也很想了解。所以我們看到市面上有各種暢銷排行榜，我們想知道別人都關心些什麼，所以會有「排行榜」效應。上了排行榜的事物會吸引更多的消費者，造成一種「大者恆大」的結果，這就是種「報酬遞增」的現象。

我們可以發現同樣的概念可以用在都市的區位選擇，每個都市有不同的區位，不同的發展條件，正如留言板上留言的性質各不相同，好的都市區位就像熱門的討論話題，先天就比較吸引人。但大都市迅速擴張的另一個重要原因就是「報酬遞增」，越大的都市越能夠吸引新的人口進駐，從而展開一個良性循環，因此都市規模越大，往往成長速度越快，這很可能是形成冪次法則的重要原因。

將「報酬遞增」概念引入現代經濟學界的Brain Arthur(1990a)，當他提出這樣的論點，對傳統經濟學界帶來相當的衝擊。傳統經濟學強調「報酬遞減」，無論任何事情，只要你做得越多，就會越來越沒有效，如兩倍的肥料不見得會有兩倍的收成。負回饋與報酬遞減正說明了新古典學派對於經濟的和諧、穩定及平衡的看法。

Arthur所提出的「正回饋」觀念正是傳統經濟學所沒有的。新古典經濟學指出，自由市場總是會篩選出最出色，最有效率的科技。以錄影機規格的Beta和VHS之爭為例，很多專家評估VHS的技術比Beta略遜一籌，但VHS很幸運的在一開始搶先佔據了稍微大一點的市場，由於「正回饋」效應，每個人都有比較強的誘因跟隨市場領導者的步伐，以致VHS系統最後席捲市場，大獲全勝。報酬遞增的觀念強調當使用者加入一個規模較大的陣營時，隨著該陣營規模的擴大，對陣營內的每個使用者都帶來更大的利益。在商品的銷售上，陣營可以代表不同規格的產品（如錄影帶規格的VHS和Beta之爭）；在都市系統中，陣營代表的則是不同區位的都市。都市的選址也是類似的情況，英國殖民者群集於寒冷、多風暴且多岩石的麻薩諸塞灣，是因

為那裡的土地最肥沃嗎？只是因為那是當初第一條船五月花號停靠的地點，而且還是在迷路的情況下。初始的區位一旦被鎖定，由於報酬遞增，往往就不會再變動了。

「報酬遞增」與都市經濟學上的「聚集經濟」頗有異曲同工之妙。在劉錚錚教授的「都市經濟學選論」中表示(1974)，聚集經濟可分為許多類，主要是由規模效果及不可分割性所造成的。對廠商或生產者而言，外部規模經濟是聚集的主要原因，例如某一產業產量之增加，使得得對原料的採購可以降低價格，使得該產業內的各廠商均可享受較低廉的原料供應。對廠商而言是外部的，對整個行業而言卻是內部的，稱為地方化經濟(localization economics)。而都市化經濟是指當一個都市擴大其規模時，都市內的各行各業均能分享它的好處，特別是在都市的各項基本建設上，由於不可分割性，所以大規模的城市才能負擔一些高級的建設(如音樂廳、體育館)，從而使市民受益。

以聚集經濟的兩個主要成因來看，規模效果和報酬遞增有密切的關係，而且在報酬遞增中，所謂的「陣營」不見得有空間上的聯繫，如同一種產品的使用者，也就是說報酬遞增不限於聚集的情況下才發生。但是都市建設的不可分割性則一定要在聚集的情況下才會產生，因此兩者仍有相當之區別。

就空間的聚集行為而言，Arthur認為這是一種報酬遞增的現象。廠商因為生產條件的考量都會區域偏好，接著進入的廠商會優先選擇於現有廠商的周圍，可以減少開發成本獲得較多利益，這就是聚集經濟效果。利用數學式子可以表示如下(Arthur,1990b)

$$\pi_i + g(N_i) \dots\dots\dots(1)$$

式中 $\pi_i$ 表示區域i提供之地理資源優勢， $g(N_i)$ 表示區域i內存在 $N_i$ 家廠商時所得到的聚集利益。因此當廠商家數增加時，該區域的聚集利益亦隨之增加。Arthur(1990b)曾透過理論的推導指出，假如聚集利益沒有上限(unbounded)，最終會有區位獨占所有產業，但未對最終區位的空間結構加以說明。

#### 四、研究設計

本研究在Krugman和Arthur的理論架構基礎下，從報酬遞增的觀點，設計一個二維空間的電腦模擬實驗。模擬實驗的邏輯基礎是將聚落體系形成的過程視為一隨機成長過程(Krugman, 1996)。在我們的電腦模擬中，沿用了Arthur的分析架構，

把區位的吸引力區分為區位本身的特性與聚集利益兩部分。但為了簡化模型，專注於探討報酬遞增與冪次法則之關係，將模擬空間設定為一均質平面，亦即區位本身的特性可以不加以考慮，區位的吸引力純粹來自於聚集利益。另外在 Arthur 的模型中，區域的數目及區域劃分是預設的，而在我們所設計的電腦模型中，聚落的數目是由系統內生而決定的，而每個聚落的聚集利益和聚落規模成正比，因此每個聚落就等於是一個小區域。

在這個電腦模擬實驗中，將平面空間分為相同規模的方格 (grid)，每一個方格代表一個細胞(cell)，而這個細胞代表一個最小的土地開發單元。這個細胞的概念是由細胞自動機(cellular automata)而來，雖然本文並未用到細胞自動機的理論，只是考慮二維的格子狀腹地，但仍然借用細胞這個名詞來代表一個最小的土地開發單元。細胞的狀態只有兩種情況：「未發展」與「已發展」。在初始狀態下，每個細胞均為未發展狀態，然後依照模擬規則，某些未發展細胞會轉變成為已發展的狀態。

本模擬實驗存在以下的基本假設，茲說明如下：

1. 在本實驗中細胞的開發是不可逆的，即一個細胞由為發展狀態轉為已發展狀態後，不可能回復為未發展的狀態。在真實世界中，這代表土地開發行為是不可逆的，土地一旦被開發，就不會回復到原先的初始狀態。
2. 初始狀態下，區域皆為未發展細胞，之後每增加一回合，便固定新增一個已發展細胞加入區域內，而不論該細胞為系統內生或自外界遷入，因此每回合的已發展細胞增量固定為一，重點是其區位選擇於何處。在真實世界中，代表的是固定的人口成長，不論其為自然增加(出生)或社會增加(遷入遷出)。

依照細胞吸引方式的不同，本研究設計了三種不同的電腦模擬實驗。底下先說明三種模擬實驗的共同點，然後再分別描述其差異。

### (一)模型的基本架構

本研究之方法主要以二維細胞自動體為架構，將每一細胞視為平面上的一宗土地，可以容納一個住戶單元。當細胞數目越多時，相對的運算時間會隨之增加，但基於統計的觀點，大樣本將具有較高的可信度，因此本研究參照歷年相關的電腦模擬實驗(例如，陳增隆，1999)，在電腦運算時間能夠忍受的程度下，將模擬空間的細胞數大幅提高。本實驗設計一個縱橫各為兩百格的方格矩陣，總計為四萬個細胞。在每一回合中，會有一個已開發細胞進入本區域，選擇一個居住區位，被選擇的區位將由「未發展」轉為「已發展」狀態。因此每經過一個回合，「已發展」細胞便增加一個，如此進行二千回合的電腦模擬實驗，以觀察這些細胞所形成的聚落體系。

所以選定兩千回合是基於以下考慮：

1. 當運行兩千回合後，已有足夠的資料可以觀察都市體系的型態，而所需時間亦在可忍受的範圍內。
2. 盡量保持區域內不致於太過擁擠，發展兩千回合後，只使用了百分之五的面積，如此可以盡量減少因為擁擠而導致兩個聚落合併的情況，當兩個聚落合併為一，會使聚落規模突然暴增，違反本模型設定的每回合增加一個已發展細胞的規則，對模擬的結果將有相當影響。

## (二)三個模型的吸引方式

### 1. 相鄰關係

在相鄰關係的模型中，我們假設細胞單元只和周圍的八個細胞互動，也就是說一個細胞在選擇其區位時，該細胞和週邊八個細胞的相鄰關係是唯一的考慮。在此一情況下，細胞會選擇能在緊鄰的周圍八格內接觸最多已發展細胞的區位作為其落腳之處。由於人類有群居之習性，因此本實驗在於驗證此種尋求鄰居的習性是否即為構成都市系統之動力。這個模式由於互動範圍僅限於八個緊鄰的細胞，是一種非常地區性的區位決策。詳細的模擬規則說明如下：

步驟一：假設區域內為一均質空間，在初始狀態下，區域內每個細胞的發展機率均相同。在區域內尚未有「已發展」細胞的情況下，每個細胞的發展潛力值得分均設為1，發展機率均為四萬分之一。

步驟二：若有某一細胞轉變為「已發展」，其鄰近的八個細胞的發展潛力值會增加一特定數值N，本模擬實驗中稱其為「聚集強度係數」，如圖二所示(填滿斜線的方格代表已發展)。另外，若該細胞轉變為「已發展」後，其發展潛力值便設定為零，表示該區位在後續階段被重複選取的機會為零。

步驟三：第一個細胞選取位置時，面對的是全區域均等的發展機會。但當第一個「已發展」細胞發生後，整個區域中發展潛力值便不再是均質的，而是在「已發展」細胞周邊具有較高的發展潛力值，因此在下一階段新加入細胞選擇區位時，這些發展潛力值高的區位轉變為已發展的機率就會提高，而且發展潛力值的增加將持續累加。亦即當某區位同時位於兩個已發展細胞的周邊，則其發展潛力值將提高為2N，則此一區位轉變為「已發展」的機率將是其他一般區位(發展潛力值為1)的2N倍，並以此類推，如圖三所示。因此若某「未發展」的區位被八個「已發展」細胞包圍時，其發展潛力值將提高到8N，為發展潛力值的最大可能情況，如圖三所示。

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	N	N	N	1	1
1	1	N		N	1	1
1	1	N	N	N	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

圖二 「相鄰關係」下，發展潛力值分佈示意圖(一)

1	1	1	1	1	1	1
1	N	2N	3N	2N	N	1
1	2N				2N	1
1	3N		8N		3N	1
1	2N				2N	1
1	N	2N	3N	2N	N	1
1	1	1	1	1	1	1

圖三 「相鄰關係」下，發展潛力值分佈示意圖(二)

## 2. 規模吸引

依照報酬遞增模型可知，報酬遞增之精神在於報酬會隨著加入該陣營的成員數目而遞增。因此當該陣營的規模越大，對新增成員的吸引力越大。所謂「規模吸引」是指該都市對新聚落的吸引力與該聚落的規模成正比。此種區位決策的方式和前面所提的「相鄰關係」相比，顯然其考慮的範圍加大了，由緊鄰的細胞數而擴展到緊鄰都市的規模。詳細的模擬規則如下：

步驟一：假設區域內為一均質空間，在初始狀態下，區域內每個細胞的發展機率均相同。在區域內尚未有「已發展」細胞的情況下，每個細胞的發展潛力值得分均設為1，發展機率均為四萬分之一。

步驟二：若有某一細胞轉變為「已發展」，且周邊均為「未發展」細胞時，該細胞本身即構成一個規模為一的聚落，然後該聚落鄰近的八個細胞的發展潛力值會增加一特定數值N，本模擬實驗中稱其為「聚集強度係數」。另外，若該細胞轉變為「已發展」後，其發展潛力值便設定為零，表示該區位在後續階段被重複選取的機會為零。

步驟三：第一個細胞選取位置時，面對的是全區域均等的發展機會。但當第一個「已發展」細胞發生後，整個區域中發展潛力值便不再是均質的，而是在「已發展聚落」周邊具有較高的發展潛力值。所謂「已發展聚落」是由「已發展」細胞相鄰聚集所構成的獨立區塊。而該聚落對新細胞的吸引能力與該聚落規模成正比，舉例而言，若某區位緊鄰一個規模為三的已發展聚落（由三個相鄰的已發展細胞構成）時，該區位的發展潛力值將提高為3N，並以此類推，如圖四所示。若該聚落的規模為M，則緊鄰該聚落區位的發展潛力值將提高為M\*N。

依照前述的邏輯，爾後進入區域的細胞，發生在發展潛力值高的區位的機率會提高。而且發展潛力值的高低與該區位緊鄰聚落的規模成正比。

1	1	1	1	1	1	1
1	3N	3N	3N	3N	1	1
1	3N			3N	1	1
1	3N		3N	3N	1	1
1	3N	3N	3N	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

圖四 「規模吸引」下，發展潛力值分佈示意圖

### 3. 相鄰與規模的混合模式：

由於考慮到在現實世界中的區位選址，可能同時包括了「相鄰」與「規模」兩種考慮，也就是說，基於聚集利益，選擇居住於大城市，這是一種就「規模」這個因素的思考。而在地區性的區位選擇決策時上，人們也會傾向於選擇一個有鄰居相伴的居住環境，這就是基於「相鄰」的考慮。所以設計了一個將「相鄰」與「規模」兩個因素同時納入考慮的模型。

在這個模型中是將「相鄰」與「規模吸引」均納入考慮，「相鄰」所考慮的是該區位周圍緊鄰的八個細胞中有多少已發展細胞，而「規模吸引」所考慮的是該區位相鄰的聚落規模。因此在混合模型中，使用以下公式來計算某區位對新細胞的吸引。

某區位對新細胞的吸引力 = 聚集強度係數 \* (該細胞周圍八個細胞的已發展細胞數 \* 該細胞周圍緊鄰的最大聚落規模)

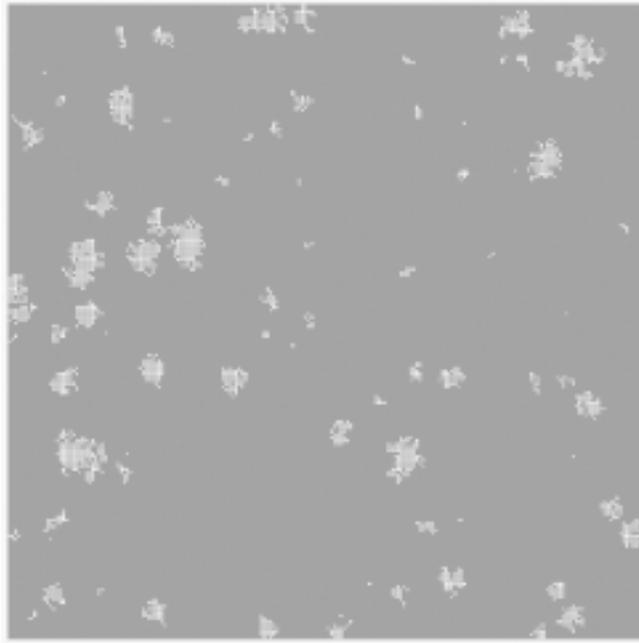
其實上式中後兩者相乘後開根號，即為「相鄰」與「規模吸引」兩股力量的幾何平均數。在另一個模式中，是以「相鄰」與「規模吸引」兩股力量相乘來處理，但是在冪次法則的配合度上，採取幾何平均的做法明顯較佳，因此以取幾何平均數的方式來作為混合模式的代表。

## 五、模擬結果分析

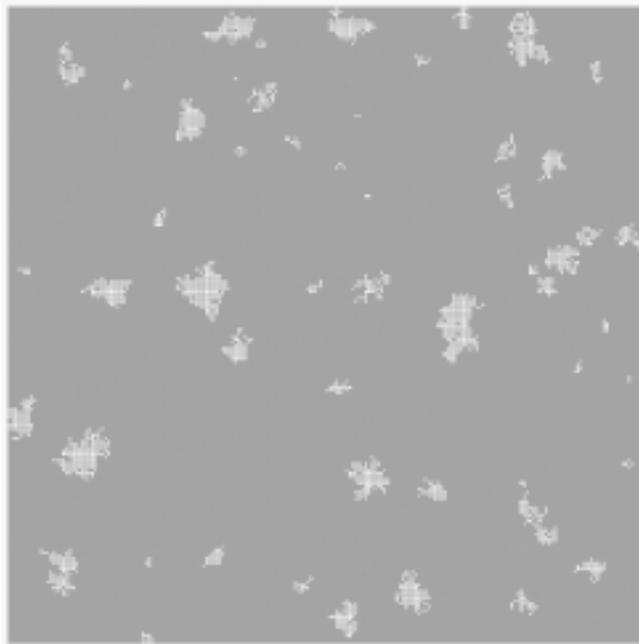
本研究之電腦模擬，係由Microsoft Visual Basic 6.0(簡稱VB)程式語言為工具，自行撰寫模擬實驗之程式。為了使不同模式及不同參數間的模擬結果能相互比較，在不同模型不同參數的模擬時，採取出現順序固定的亂數序列，亦即該數列是符合亂數的隨機性，但每次出現數字的順序是相同的。因此若以相同的參數來進行兩次模擬，將得到完全相同的結果，如此可將隨機亂數對模擬結果帶來的變異，減至最小程度。

模擬結果如圖五至圖十所示，由於電腦模擬實驗運用不同模式與參數反覆實驗多次，礙於篇幅，僅能選擇數個具有代表性的實驗結果加以展現。圖中顯示聚落空間結構(灰色代表未發展，白色代表已發展)。

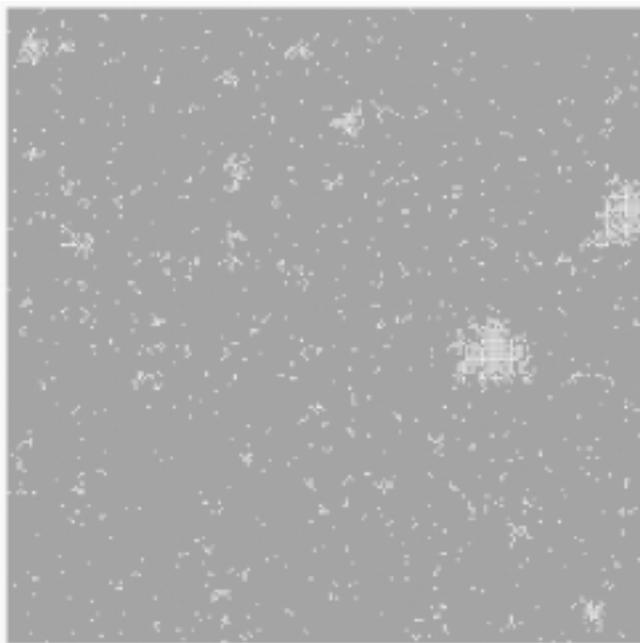
為了觀察模擬結果中，聚落規模排序與聚落規模間是否合乎冪次定律模式，將「排序」與「規模」分別取對數，以「排序」為因變數(Y)，「規模」為自變數(X)，進行直線迴歸分析，以相關統計數據來驗證所形成的聚落分布是否呈現自我組織臨界性的冪次分布特性。在此要加以說明的是，三種不同的模式間，聚集強度係數的分布範



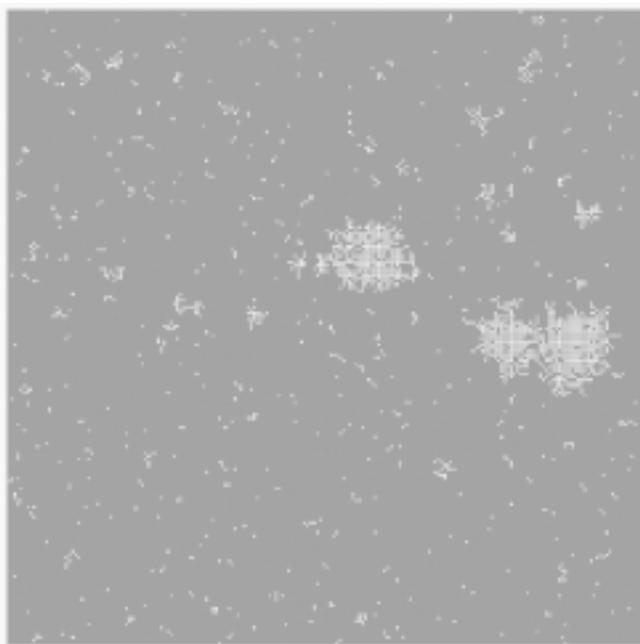
圖五 相鄰關係下，聚集強度係數500，第2000回合之結果



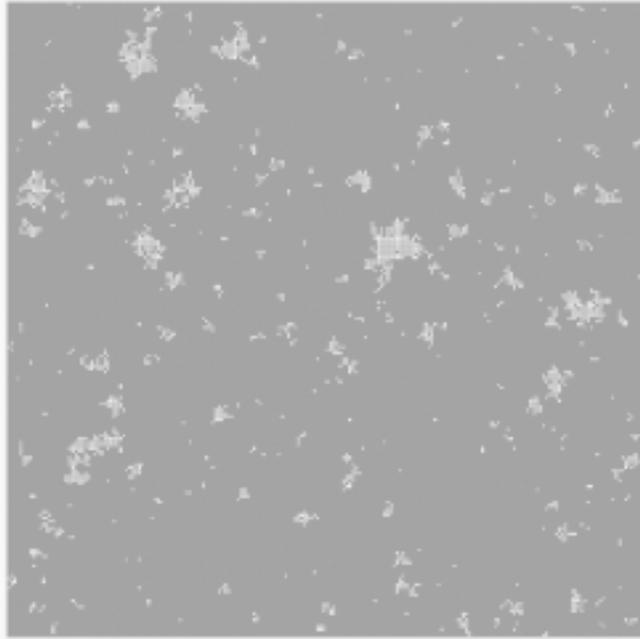
圖六 相鄰關係下，聚集強度係數1000，第2000回合之結果



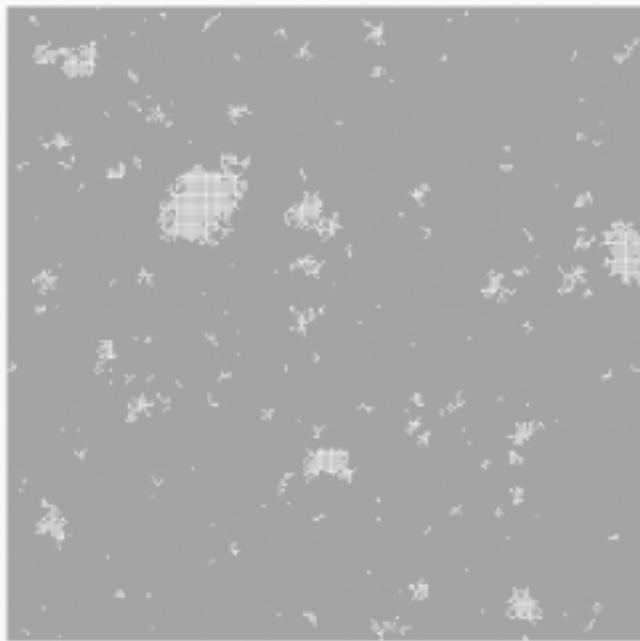
圖七 規模吸引下，聚集強度係數5，第2000回合之結果



圖八 規模吸引下，聚集強度係數10，第2000回合之結果



圖九 相鄰與規模混合模式下，聚集強度係數40，第2000回合之結果



圖十 相鄰與規模混合模式下，聚集強度係數70，第2000回合之結果

圖頗有差異，從1到5000都有，是為了配合不同模式的特性，以便能產生具有代表性的結果所做的安排，如果三個模型要求使用同樣的參數序列，則無法使每個模型都產生出具代表性的結果。

以下將模擬結果，分為「相鄰關係」、「規模吸引」與「混合模式」分別說明如下：

### 1. 三種模式異同之比較(表一、表二及表三)

由以上三種不同吸引方式模型結果列表，我們可觀察歸納出如下的結果：

- (1)在三種模式當中，隨著聚集強度的增加，其首要都市規模及平均聚落規模均有逐漸擴大之趨勢，表示當我們如果對相鄰現有聚落之區位給與較高的發展潛力值時，確實會強化住戶集中的趨勢，從而產生較大規模的聚落以及較少的聚落數目。但此一趨勢並非每次都必然成立，亦即並非聚集強度提高，首市規模就必然增大，因為這是一個機率性的模型，會受到隨機變數的干擾，當機率較低的情況連續出現時，便會對後續的發展造成非預期的影響，從而影響模擬結果。另外當兩聚落合併時造成的聚落規模暴增，亦會影響模擬之結果。
- (2)當聚集強度提高時，在三種模式中呈現迴歸方程式中斜率趨緩的趨勢。迴歸方程式的斜率，代表的是不同規模間其城市排行的平均差距，因此斜率趨緩代表一種「極化」的現象，亦即都市發展集中於較少數的大城市，大小城市間的差距擴大。斜率隨著聚集強度提高而減少的趨勢，代表當我們如果對相鄰現有聚落之區位給與較高的發展潛力值時，確實會強化住戶集中的趨勢，而且此種集中趨勢和發展潛力值提高的幅度成正比。
- (3)由相關係數來作為聚落發展是否符合冪次定律的的指標，我們可以發現，在三種模式的不同參數設定的情況下，其相關係數分布於0.83至0.99間，表示三種模式都能產生符合冪次定律的聚落分布型態。但在不同模式間卻有顯著差異存在，「相鄰關係」模式下的相關係數顯然比「規模吸引」與「混合模式」模式來得低，在統計檢定時，我們可以證實，「相鄰關係」與其他兩者達到顯著差異，但後兩者則無法證實有差異存在(以5%顯著水準檢定)。

由於「規模吸引」與「混合模式」的相關係數均在0.9以上，而混合模式中規模亦為構成因素之一，所以我們可以認定「聚落規模越大，對新住戶的吸引力越強」是造成聚落體系的原因之一，而這正是報酬遞增的基本精神，因此我們猜測報酬遞增效應確實會產生符合冪次定律的聚落體系。

- (4)從聚落規模的「變異係數」(聚落規模的平均數除以聚落規模的標準差)來觀察，變異係數代表的是群落分布狀態是否均佈的指標。在三組模式中，其變異係數由大到小，分別是「規模吸引」、「混合模式」與「相鄰關係」。亦即「規模吸引」模式

表一 「相鄰關係」模式係數表

聚集強度	首市規模	相關係數	斜率	聚落規模 平均數	聚落規模 標準差	聚落規模 變異係數
50	34	0.8893	-1.4378	6.35	6.45	1.0473
100	84	0.9257	-1.2087	9.08	11.21	1.2337
200	105	0.8645	-0.9360	15.72	18.21	1.1582
500	138	0.8718	-0.7632	25.82	29.85	1.1560
1000	164	0.8589	-0.6432	38.42	39.03	1.0158
2000	262	0.8251	-0.4650	74.04	78.67	1.0626
5000	348	0.8254	-0.4702	90.91	89.06	0.9797

表二 「規模吸引」模式係數表

聚集強度	首市規模	相關係數	斜率	聚落規模 平均數	聚落規模 標準差	聚落規模 變異係數
1	12	0.9937	-2.1485	1.25	0.78	0.6254
2	164	0.9569	-1.2622	1.69	4.99	2.9554
3	174	0.9953	-1.0732	2.12	7.12	3.3550
5	286	0.9841	-0.9645	2.80	13.39	4.7873
7	720	0.9677	-0.8921	3.53	30.52	8.6546
10	651	0.9488	-0.7890	4.69	36.33	7.7492
20	1235	0.9607	-0.7202	7.34	74.82	10.1908

表三 「相鄰與規模混合」模式係數表

聚集強度	首市規模	相關係數	斜率	聚落規模 平均數	聚落規模 標準差	聚落規模 變異係數
10	31	0.9546	-1.6155	3.17	3.86	1.2789
20	88	0.9598	-1.1812	4.65	8.84	1.9001
40	172	0.9710	-0.9920	7.32	16.96	2.3170
50	238	0.9724	-0.8781	9.85	25.13	2.5516
70	448	0.9863	-0.8400	11.82	39.61	3.3520
100	812	0.9280	-0.7814	15.91	72.86	4.5789
500	994	0.9801	-0.4781	55.53	190.39	3.4287

所造成聚落體系的變異最大，而「相鄰關係」模式所造成聚落體系的變異最平均。究其原因，在「規模吸引」模式下，聚落對新住戶的吸引與聚落規模成正比，因此「大者恆大」，差距迅速拉開。而「相鄰關係」模式中，吸引力的差距至多為八倍，因此產生的聚落其規模的差異較平均。

2. 不同時間的比較(表四)

從時間序列來觀察，將三種模式由第500回合到第2000回合，觀察迴歸方程式斜率與相關係數的變化，我們可以得到以下結論：

表四 不同時間係數比較表

	回合數	首市規模	相關係數	斜率
吸引方式：	300	29	0.9010	-0.9515
相鄰關係	500	45	0.9113	-0.9331
聚集強度：	700	57	0.9139	-0.8838
500	1000	73	0.8919	-0.8287
	1200	83	0.8847	-0.8125
	1500	105	0.8751	0.7949
	2000	138	0.8718	-0.7632
吸引方式：	300	4	0.9916	-2.4704
規模吸引	500	5	0.9518	-2.4039
聚集強度：	700	9	0.9789	-2.0510
5	1000	29	0.9962	-1.5166
	1200	46	0.9932	-1.3912
	1500	105	0.9940	-1.4216
	2000	286	0.9841	-0.9645
吸引方式：	300	10	0.9744	-1.5426
混合模式	500	20	0.9640	-1.5069
聚集強度：	700	43	0.9673	-1.3670
40	1000	37	0.9766	-1.2079
	1200	87	0.9759	-1.1270
	1500	111	0.9732	-1.0777
	2000	172	0.9710	-0.9920

(1)在各模式下，相關係數並不因時間增加而增加

相關係數並不隨時間增加而增加，我們可以這樣解釋，這顯示冪次定律存在的普遍性與穩定性，不管在任何時間點的聚落分布都符合此一特性，而非以「逐漸趨近」的方式來達到冪次定律的分布型態。

(2)在「規模吸引」的模式中，斜率的絕對值隨時間增加而減少，但在「相鄰關係」與「混合模式」的斜率在各時期幾乎相同。

在「相鄰關係」中，新住戶是否被聚落所吸引，取決於細胞間的相鄰關係，所以規模不同的聚落如果其周邊地區的相鄰關係的型態相同，其對新住戶的吸引力便是相同的，吸引力並不直接受聚落規模的影響。而且相鄰關係所產生吸引力的最大差距僅為八倍，因此大小聚落是呈「同步」成長的狀況，因此大小聚落的間的差距亦維持一穩定的關係，聚落間的差距並不隨時間而擴大。

而在「規模吸引」模式中，各聚落對新住戶的吸引力則與規模成正比。因此會產生「大者恆大」的加速發展現象，因此大小聚落的差距會隨著時間而拉開，差距越來越大，表現於迴歸模型中就是斜率隨時間增加而減少。

在「混合模式」中，由於規模的吸引力被相鄰關係的吸引力牽制，因此並未呈現聚落間差距隨時間明顯擴大的現象。

### 3. 首市成長速度比較(表五)

從首要都市的成長速度來比較，以後半階段的成長速度而言，全區域的規模由1000單元增加至2000單元，增加幅度為2倍，但在不同模式間，成長倍數卻由不足兩倍到接近十倍的狀況皆有。其中以「規模吸引」模式首市成長速度最快，「相鄰關係」模式首市成長速度相對最慢，甚至低於全體的平均成長速度(全體的增加幅度為

表五 首市成長速度比較表

吸引方式	相鄰關係		規模吸引		混合模式	
	500	1000	5	10	40	70
聚集強度	500	1000	5	10	40	70
第100回合	13	24	2	2	3	14
第500回合	45	63	5	11	20	66
第1000回合	73	115	29	80	73	186
第1500回合	105	137	105	319	111	295
第2000回合	138	164	286	651	172	448
後半階段成長倍數	1.89	1.43	9.86	8.14	2.36	2.41

2倍)。值得注意的是，當設定一個較大的聚集強度時，「相鄰關係」中會很快的集結出一些小規模的聚落，以相近的速度慢慢成長。而「規模吸引」模式則在初期的時候，成長非常緩慢，但當聚落達到一定規模後，規模效應發生作用，成長速度便開始「爆發」，而大小聚落間的差距也迅速擴大。而「混合模式」的成長速度則介於兩者之間。

這種現象也印證前面所說的，在「相鄰關係」下，大小聚落是「同步」成長，而「規模吸引」模式中則是大聚落的成長速度遠高於小聚落，因此聚落間的規模差距會隨著時間而擴大。

另外有一點值得注意，在現實狀況中，一個地區內，首要都市的成長速度一定是高於全體的平均值，所以在「相鄰關係」中首市的成長速度竟然低於全體成長速度的平均值，與現實狀況不符。因此從這個觀點，「規模吸引」與「混合模式」兩者較能符合真實世界的聚落成長模式。

## 六、討 論

冪次法則是一個普遍存在於自然科學與社會科學界的現象，在都市體系中亦可觀察到此一現象，在Krugman曾對此現象加以說明(Krugman,1996)。但冪次法則形成的機制是如何？至今學界尚無法提出明確的解釋。由文獻回顧可見到目前最佳的解釋是Simon在1955年所提出的理論模型，但如前所述，由這個理論模型無法導出與真實世界相同的係數值，因此其適用性就受到相當的質疑。所以到目前為止，冪次法則的形成原因仍未能獲得解決。

本研究以電腦模擬實驗來探討冪次法則與報酬遞增的關係，發現基於報酬遞增法則下所產生的聚落體系，與冪次法則呈高度吻合，因此推測報酬遞增有可能是形成冪次法則的推動機制。在Arthur等(1987)對報酬遞增的研究中，對於空間分布的探討也略有探討，並以數學模型來表示報酬遞增對聚集利益的影響，因此既然在電腦模擬上，證實報酬遞增與冪次法則確實有高度相關，能否由Arthur的數學模型加以延伸，由理論上建立起兩者的關係，可能是一個可行的方向，這將是後續研究的一個重要方向。另外本模型基於簡化問題，設立了一些簡化的前提假設，為了能更接近真實世界的狀況，在後續研究中將嘗試將這些限制條件解除，如加入遷移行為的考慮，平面可能非均質等等。

由美國的實證資料顯示(Krugman,1996)，都市體系的分布與冪次法則相當吻

合，而且在過去一個世紀以來並無太大改變，模型的斜率約固定為-1。而在電腦模擬實驗中，不同的「聚集強度係數」參數值會產生不同的斜率，而「規模吸引」與「混合模式」兩者，其斜率值範圍中均涵蓋了-1，而且相關係數均在0.95以上，表示模擬的結果的確與真實世界相近。例如我們可以看到在「規模吸引」模式中，當「聚集強度係數」設定為5時，其相對應的斜率值為-0.9645(結果見圖七)，而在「混合模式」中，當「聚集強度係數」設定為40時，其相對應的斜率值為-0.9920(結果見圖九)。也就是說，在模擬實驗中許多的聚落分布型態其實都符合冪次法則，但是只有在特定參數設定下，才會得到與實證資料相同的斜率值。這可能代表了在真實世界中，聚集所帶來的效益及影響大致是固定的，它不會低到使聚落型態變成只有一群規模相近的小聚落，也不會高到使所有的住戶集中在一個超大型首市，在某一個適當的參數值之下，我們會得到一個最接近真實世界的模擬結果。而且實證資料也顯示在過去一個世紀以來，斜率幾乎沒有改變過，因此在某種程度上我們可以說，產生與真實世界相同斜率的模擬結果，是一個「最佳」的模擬結果，因為它最能反映真實世界的狀況。

為了解模型與真實世界的差距，本研究將模型結果整理如下表(見表六)，其中等級大小法則是以首市規模為100來假設，台灣都市的資料則是以台灣地區省轄市以上的七大都市(臺北市、高雄市、臺中市、臺南市、基隆市、新竹市、嘉義市)來做統計。由表六而言，台灣地區七大都市的迴歸結果，其斜率值為-0.8111，與-1略有差距。此差距可能由於樣本數過小所造成。以「規模吸引」和「混合模式」相比較，在斜率值相當接近的情況下，以實際聚落規模的分布而言，「規模吸引」模式中聚落規模降低的速度顯然高於「混合模式」的表現。

至於「規模吸引」與「混合模式」那一個模型是「最佳」模型？我們可以從兩方面來看，從對模型的解釋能力而言，兩者並無顯著差異，從統計上而言，既然無法提高解釋能力，則應以較為簡化的模型為優，因此「規模吸引」模式應是較佳的模式。然

表六 模型比較表

模式名稱	前十大聚落規模										相關係數	斜率
	100	50	33	25	20	17	14	13	11	10		
等級大小法則	100	50	33	25	20	17	14	13	11	10	1.0000	-1.0000
台灣七大都市	2641	1475	940	728	385	361	265				0.9836	-0.8111
規模吸引(係數5)	286	195	48	45	37	35	32	23	17	16	0.9841	-0.9645
混合模式(係數40)	172	111	99	87	68	62	61	53	51	45	0.9710	-0.9920

備註：台灣都市單位為千人，資料取自行政院經建會網站

而由前述不同時間的比較而言，「規模吸引」模式的斜率顯然是隨時間而在改變，這點則與美國都市實證資料顯示過去一世紀來斜率穩定於-1附近是不符的。當然只憑過去一個世紀的資料要推斷斜率是否不隨時間而改變仍嫌武斷，但至少在一段期間內斜率是呈現穩定的。由這一點來看，則「混合模式」的斜率表現顯然較為穩定，在表四中，從1500回合到2000回合的500回合當中，斜率幾乎是相同的，因此若以接近真實世界為標準，則「混合模式」應為最佳模式，顯示真實世界中的區位選擇可能同時有地區性與規模性兩項考慮因素。

## 七、結 論

在自然界與都市系統確實存在冪次法則的自我組織現象(例如，Chen，2000；陳增隆，1999及賴世剛及高宏軒，即將出版)。為了驗證冪次法則與報酬遞增的關聯性，我們設計了一個電腦模擬實驗，以隨機成長模型來模擬都市聚落體系形成的過程。基於報酬遞增的原則，分別設計了三種不同的區位發展吸引模式，分別為相鄰關係(區位選擇只受到鄰近八個鄰居的影響)、規模吸引(聚落規模越大，對新住戶的吸引力越強)以及同時考慮規模與相鄰的混合模式。由模擬實驗來觀察，三種模式(相鄰關係、規模吸引、混合模式)都能產生符合冪次法則的聚落體系。由模擬結果的相關係數來看，依照報酬遞增原則所產生的聚落體系確實與冪次法則呈高度吻合。

由三種模式的比較而言，從相關係數及首市成長速度而言，單純的相鄰關係在模式的配合度上較差，與真實世界的狀態亦有相當差距。而規模吸引與混合模式兩者的相關係數顯著較高，具有更佳的解釋能力，由模型的解釋的貢獻度而言，「規模」顯然比「相鄰關係」更為重要，是最重要的解釋因子。而「規模」這個區位解釋因子正充分反映了「報酬遞增」的精神。由模擬結果，我們猜測報酬遞增確實會產生符合冪次定律的聚落體系，因此報酬遞增有可能是形成冪次法則的推動機制。

## 謝 誌

作者感謝行政院國家科學委員會對本研究的經費補助

(計畫編號：NSC89-2415-H-305-006)

作者感謝兩位匿名審查委員提供的寶貴意見

## 參考文獻

- 沃德羅普著，齊若蘭譯，(1994)，複雜，*《天下文化出版社》*，台北。
- 陳伯中，(1983)，都市地理學，*《三民書局》*，台北。
- 陳增隆，(1999)，廠商空間聚集之電腦模擬實驗 - 以報酬遞增觀點為基礎的探討，*《國立中興大學法商學院都市計劃研究所碩士論文》*。
- 葛雷易克著，林和譯，(1991)，混沌，*《天下文化出版社》*，台北。
- 劉錚錚，(1974) 都市經濟學選論，*《中央研究院經濟研究所》*，台北。
- 賴世剛，高宏軒，(即將出版)，都市複雜空間系統自我組織臨界性之初探，*《國立台灣大學建築與城鄉研究學報》*，第十期。
- Arthur, W. Brian (1990a), "Increasing Returns and Path Dependence in the Economy", *Ann Arbor, Michigan: The University of Michigan Press*.
- Arthur, W. Brian (1990b), "Silicon Valley' locational clusters: When do increasing returns imply monopoly?", *Mathematical Social Sciences*, Vol. 19, 235-251.
- Arthur, W. Brain & Yu. M. Ermoliev & Yu. M. Kaniovski, (1987), "Path-dependent processes and the emergence of macro-structure," *European Journal of Operational Research*, Vol. 30, 294-303.
- Bak, P. (1991), "Self-organizing criticality", *Scientific American (January)*, 26-33.
- Batten, David F. (2001), "Complex landscapes of spatial interaction", *The Annals of Regional Science*, Vol. 35, 81-111.
- Charles, T. Stewart, Jr. (1958), "The size and spacing of cities", *Geographical Review*, Vol. 48, No. 2.
- Chen, Hsin-Ping (2000), "Zipf's Law and the spatial interaction models", 中華民國區域科學會八十九年度論文研討會, A1-III-1-30.
- Kauffman, S. (1995), "At Home in the Universe: The Search for the Laws of Self-Organization and Complexity", *New York: Oxford University Press*.
- Krugman, Paul (1996), "The Self-Organizing Economy", Cambridge, *Massachusetts: Blackwell Publishers Inc.*
- Simon, Herbert A. (1955), "On a class of skew distribution function", *Biometrika* 52: 425-440.

Simon, Herbert A. (1998), "The Sciences of the Artificial ", Cambridge, *Massachusetts: The MIT Press*.

Zipf, G. K. (1949), "Human Behavior and the Principle of Least Effort ", *New York: Addison-Wesley Press*.